

XVIII

XVIII

Ergänzungsprotokoll zu den AGR-Sitzungen
am 1.9.1944

Die Arbeitsgemeinschaft
"Rotterdam"
in der Sonderkommission
Funkmesstechnik

Berlin, d. 1.9.1944

A G R - B e r i c h t 1/44
=====

Als Ergänzung zu den Sitzungsprotokollen der Arbeitsgemeinschaft "Rotterdam" werden in vorliegendem AGR-Bericht 1/44 zwei Abhandlungen von Herrn Dr. Fränz, Fa. Telefunken, und die neuesten Flugerprobungsergebnisse mit der Anlage "Rotterdam" "Wiesbaden" von Herrn Dr. Goos, E-Stelle Werneuchen, gebracht.

Neben speziellen Untersuchungen über Flak-Messgeräte enthalten die beiden ersten Berichte Angaben über die optimale Dimensionierung von Nachführungen, Steuerungen und Regeleinrichtungen bei weitgehend beliebigen elektromechanischen Systemen. Ihre Eigenschaften werden aus ihren Frequenzkurven hergeleitet, die sich messen und berechnen lassen.

Es wird gezeigt, dass es darauf ankommt, ihnen eine möglichst kleine Bandbreite zu geben, damit sie gegen Störungen aller Art unempfindlich sind, zugleich aber die mit einer endlichen Bandbreite zwangsläufig verbundene Trägheit der Nachführung möglichst klein zu halten. Die unter diesem Gesichtspunkt günstigsten Frequenzkurven sind im zweiten Bericht ausgerechnet.

Gegenüber üblichen Ausführungen erscheint eine Verkleinerung der Bandbreite auf den zehnten Teil möglich, ohne dass die Geräteträgheit dabei gesteigert wird.

Der dritte Bericht bringt umfangreiches Bildmaterial und interessante Ergebnisse der Flugerprobung mit dem Gerät "Rotterdam" "Wiesbaden".

Dieser Bericht umfasst 57 Textseiten
40 Abbildungen

=====

<u>I n h a l t</u>	<u>Seite</u>
I Genauigkeitsfragen bei der Rückstrahlortung (Hr. Dr. Fränz)	.. 4 - 23 ..
1. Einleitung	
2. Die Genauigkeit der Ortsbestimmung nach Messungen der FAS 3	
3. Die Genauigkeit der Vorhaltrechnung bei statistischem Fehler der Orts- messung	
4. Die zulässige Mitteilungszeit	
5. Die Mitteilungszeit und systematischer Fehler bei komplizierteren Geräten	
6. Die Natur der Störungen	
7. Die Mitteilung in den Verstärkern	
8. Zusammenfassung	
II Die Wahl der Bandbreite bei Funk-Messgeräten (Hr. Dr. Fränz)	.. 24 - 46 ..
1. Einleitung	
2. Frequenzkurven und Nachführfehler	
3. Qualitatives über den Zusammenhang zwischen der Frequenzkurve und den Ableitungen des Übertragungsfaktors	
4. Berechnung günstigster Frequenzkurven	
5. Die bei günstigsten Frequenzkurven zulässigen Bandbreiten	
III Die neuesten Ergebnisse von der Flug- erprobung mit der Anlage "Rotterdam" "Wiesbaden" (Hr. Dr. Goos)	.. 47 - 56 ..

Druckfehler-Berichtigung zu AGR II/3
(Protokoll der Sitzung v. 26. 7. 1944)

Auf Seite 16 ist in die Formel (4a)
Halbwellendüppel:

$$P_r = \frac{\lambda^2}{2} \quad \text{zu setzen.}$$

I. Genauigkeitsfragen bei der Rückstrahlortung (Hr. Dr. Fränz)

Der Vortrag wurde von Hr. Dr. Fränz auf der Funk-Messtagung des BHF am 17.11.43 gehalten.

1.) Einleitung

Für die Genauigkeit von Rückstrahlortungen bestehen prinzipielle Grenzen. Die höchstens zulässigen Messfehler werden durch den Verwendungszweck der Geräte vorgeschrieben. Der Steigerung der Genauigkeit stehen jedoch unvermeidliche Störungen vorwiegend statistischer Natur entgegen, z.B. das Empfangsrauschen, der äussere Störpegel atmosphärischen oder siderischen Ursprungs, Feindstörungen durch Düppel oder Störsender und das lebhafte Fading der Flugzeugrückstrahlung. Eine probate Abhilfe gegen statistische Störungen liegt in der zeitlichen Mitteilung, welche die regelmässigen Messspannungen von den unregelmässigen Störungen zu unterscheiden gestattet, und viele Erfindungen wollen diesen Umstand ausnutzen. Die Mitteilung ist natürlich um so wirksamer, je länger sie dauert. Ihre Dauer ist aber wieder durch den Verwendungszweck der Geräte begrenzt, denn sie bestimmt zugleich die Trägheit, mit der man einem bewegten Ziel folgt.

Das Studium der Wechselwirkungen zwischen den taktischen Forderungen, den statistischen Störungen und ihrer Ausmittlung

wird uns im folgenden hauptsächlich beschäftigen. Wenn wir uns in der Darstellung vielfach an Flakmessgeräte halten, so geschieht das nur, weil sie bisher am besten untersucht sind. Die dargestellten Naturgesetze aber gelten für alle Rückstrahlortungen, wenn sich auch die Bedeutung der einzelnen Effekte ändern mag.

2.) Die Genauigkeit der Ortsbestimmung nach Messungen der FAS III.

Wenn man nach Rückstrahlortung schießen will, muss man sich ein Bild von der möglichen Treffwahrscheinlichkeit machen. Um mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit Geschosse in ein vorgegebenes Volumen zu bringen, in dessen Mitte das Ziel ist, muss man mindestens mit der gleichen Wahrscheinlichkeit den Ort des Zieles bestimmen. Welche Genauigkeiten bisher dabei erreicht wurden, ergibt sich aus Messungen der FAS III, die in Tab. I zusammengestellt sind. Alle angeführten Geräte bis auf Mannheim R, der nur in einem Versuch der FAS III aus einem Riesenspiegel und einem Mannheimergerätesatz erstellt wurde, sind bei der Truppe eingeführt. Angegeben sind die Grenzen, innerhalb deren die Hälfte der Messwerte liegt. Winkelmessgenauigkeit und Entfernungsmessgenauigkeit sind von der Zielentfernung unabhängig, wenn man sich nicht zu sehr der Reichweitengrenze nähert. Würzburg C und D unterscheiden sich vor allem in der Entfernungsmessung, die beim

D_Gerät durch das Zusatzgerät Emil verbessert ist; dass auch die Winkelmessung genauer ist, liegt an der Verbesserung der Mechanik. Würzburg D und Riese unterscheiden sich nur in der Winkelmessung, die durch den Übergang vom 3 m-Spiegel auf den 7 m-Spiegel verbessert ist. Der Unterschied zwischen Würzburg D und den beiden Geräten Mannheim und Mainz liegt vor allem in der Einführung der Weggeschwindigkeitsgetriebe und der Peilung und Entfernungsmessung nach Nullzeigerinstrumenten. Ein Mass für die Verbesserung der Ortsmessung ist die in der letzten Spalte angegebene Verkleinerung des Bildvolumens, indem der Messpunkt sich mit gleicher Wahrscheinlichkeit bei den verschiedenen Geräten aufhält. Der Unterschied zwischen dem ältesten und dem neuesten Gerät, das allerdings nur in einem Versuchsmuster existiert, beträgt 1 : 520.

	Seiten u.Höhenwinkel	Seiten u.Höhenfehler i. 10 km Entf.	Entfernungsfehler	Bildvolumen
Würzburg C	$\pm 0,5^{\circ}/0,6^{\circ}$	$\pm 80/100$ m	$\pm 80/120$ m	520
Würzburg D	$0,4^{\circ}/0,5^{\circ}$	60/ 80 m	25/ 50 m	90
Riese	$0,2^{\circ}/0,3^{\circ}$	30/ 50 m	25/ 50 m	22,5
Mainz	$0,25^{\circ}/0,35^{\circ}$	40/ 60 m	15/ 25 m	24
Mannheim	$0,2^{\circ}/0,3^{\circ}$	30/ 50 m	10/20 m	9
Mannheim R	$0,06^{\circ}/0,15^{\circ}$	10/ 25 m	10/ 20 m	1

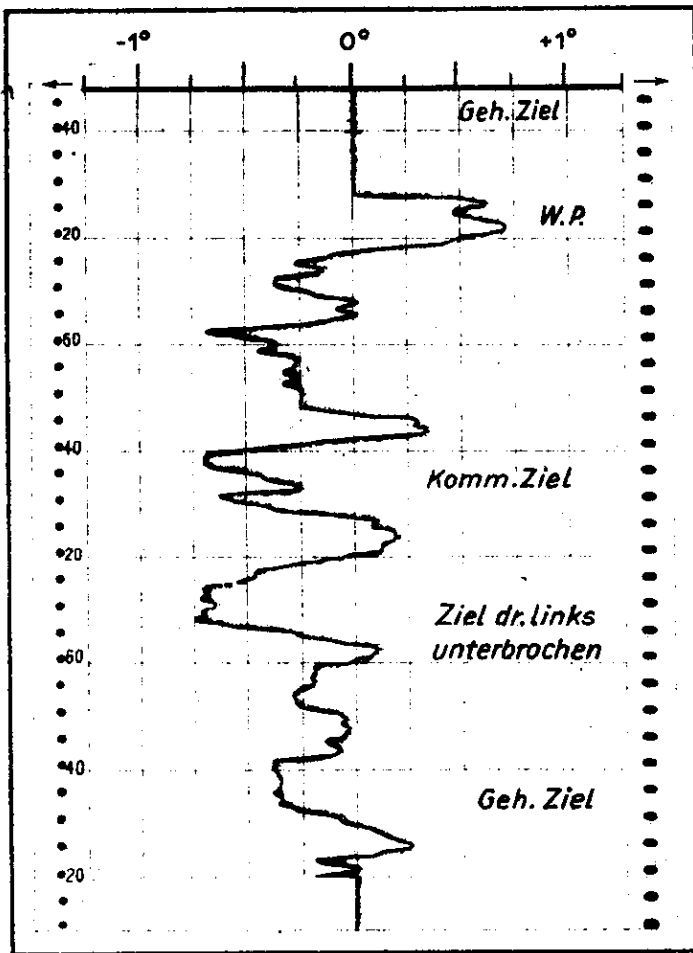
Einen Eindruck vom zeitlichen Ablauf der Seitenmessung beim Würzburg D und Mannheim R vermittelt Abb. 1a und b, bei denen der Fehler während der Messung unmittelbar mit dem von der FAS III entwickelten Fehler-schreiber über der Zeit aufgeschrieben wurde, auch hierbei sieht man natürlich den Fort-schritt beim Übergang vom Würzburg D zum Mannheim R. Bei der Seiten- und Höhenpeilung ist die optische Verfolgung eines Flugzeuges im Fernrohr noch wesentlich genauer, als die elektrische, sodass man beim Aufschreiben der Differenzen der Fernrohr- und der Spiegelorientierung mit hinreichender Genauigkeit die Ablage der elektrischen Ortung vom wahren Zielort schreibt. Anders liegen die Verhältnisse bei der Entfernungsmessung, wie Abb. 2 zeigt; Der Mannheim liefert eine viel genauere Entfernung als die Entfernungsmessung mit der 4 m-Basis des Kommandogerätes KG 40. Daher ist Abb. 2 auch kein echter Fehler-schrieb, sondern nachträglich vergleichshalber von der FAS III aus Langbasismessungen punktweise konstruiert worden.

Zwischen dem Abschuss und dem Eintreffen des Geschosses am Ziel verstreicht die Zünderlaufzeit, und wenn, was immer der Fall ist, das Ziel inzwischen erheblich ausgewandert ist, so muss man auch einen erheblichen Vorhalt geben. Er beträgt beim Flakschiessen heutzutage mehrere Kilometer, z.B. bei einer Zünderlaufzeit von 20 sec. und einer Flugzeuggeschwindigkeit von 360 km/Std. gerade 2 km.

Man muss also aufgrund der Ortsmessungen eine Vorhaltrechnung anstellen, und in deren Resultat erscheinen die Ortsfehler um ein Vielfaches vergrössert wieder. Ein Beispiel zeigt die optische Erprobung der FAS III (Abb. 3). Die Langbasis hat die Bahn des Flugzeuges recht genau ermittelt. Um sie herum pendelt einigermassen zufriedenstellend die vom Mannheim ermittelte Bahn. Die vom Kommandogerät aufgrund der Mannheimwerte errechneten Endpunkte der Vorhaltstrecken pendeln jedoch sehr viel mehr.

3.) Genauigkeit der Vorhaltrechnung bei statistischen Fehlern der Ortsmessung.

Im vorigen Abschnitt hatten wir die tatsächlich erreichte Genauigkeit der Ortsbestimmung besprochen. Wir müssen nun überlegen, welche Genauigkeit der Vorhaltrechnung wir bei bekannter Ortsgenauigkeit erwarten können. Dabei nehmen wir zunächst an, dass nur statistische Fehler der Ortung auftreten, keine systematischen wie sie z.B. bei einem schlechten Goniometer, das zur Entfernungsmessung dient, auftreten könnten, beschränken uns also auf die "natürlichen" Fehler. Die Fehler in der Ermittlung des Geschwindigkeitsvektors hängen dann im wesentlichen von der Grösse der Ortsfehler und von der Messzeit $\triangle t$, die man für die Mittelung zur Verfügung stellen kann, und wenig von der Art, wie man sie durchführt. Wir denken sie uns daher auf eine besonders einfache und übersichtliche Weise ausgeführt.

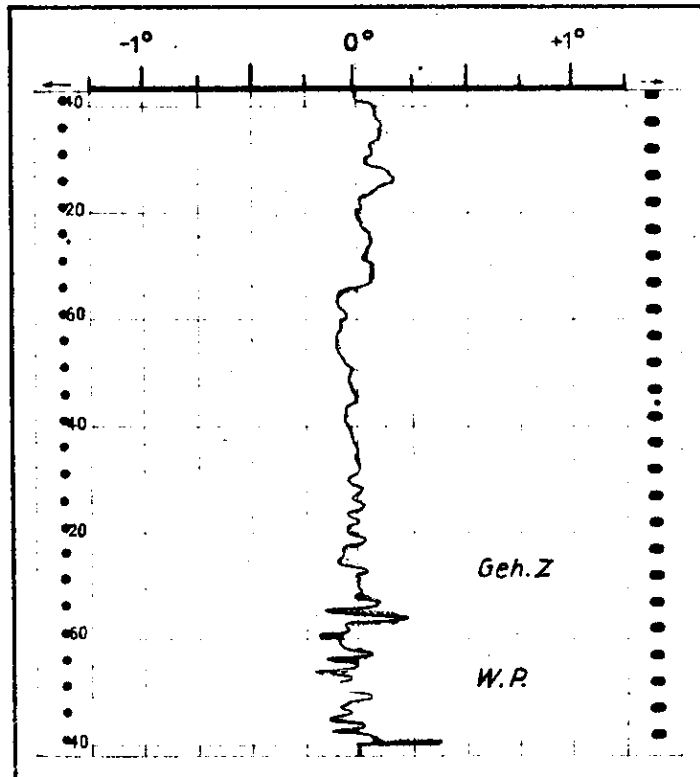


Seitenfehler

Würzburg D

Abb. 1a

Seitenfehler

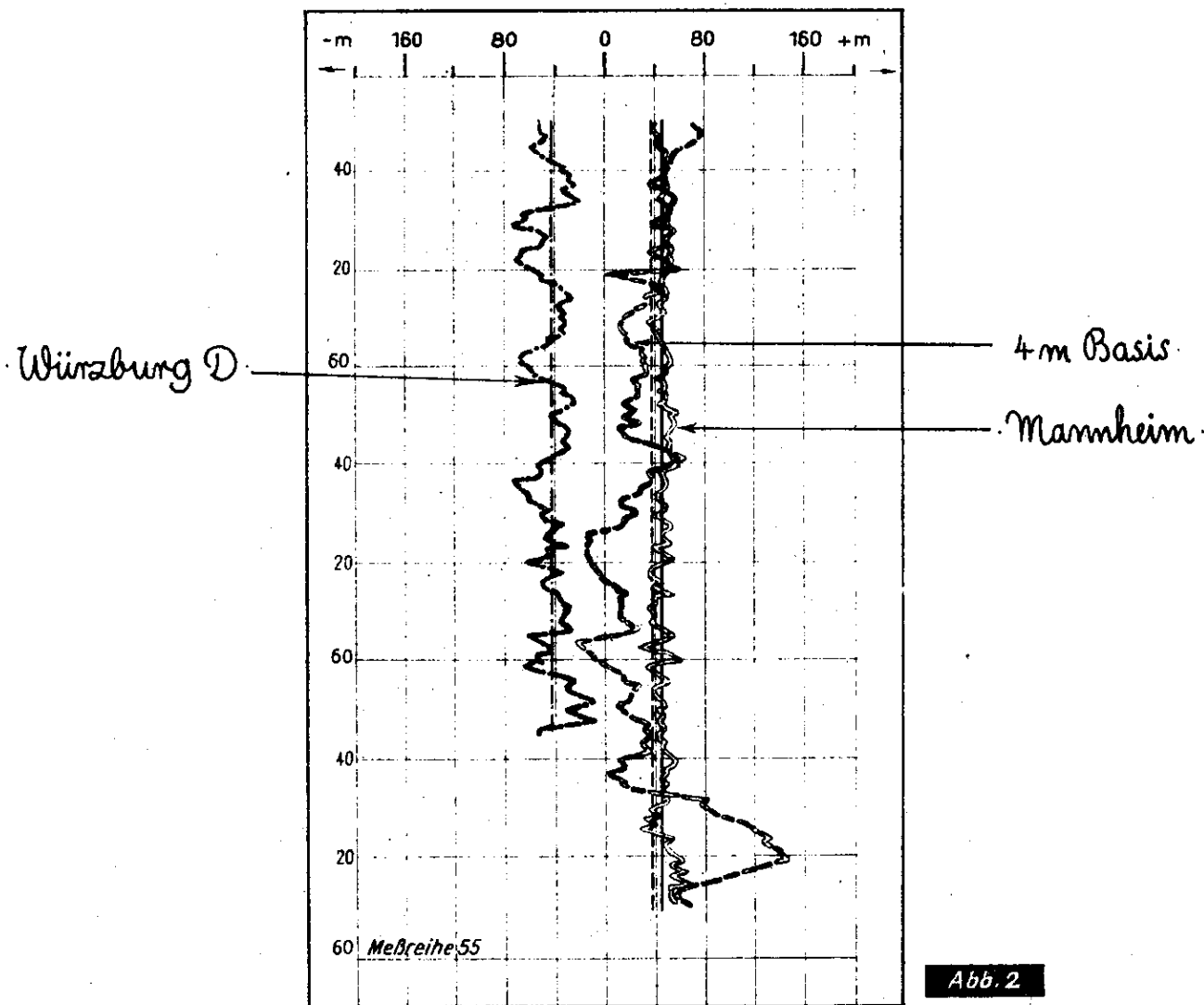


Mannheim-Riese

Abb. 1b

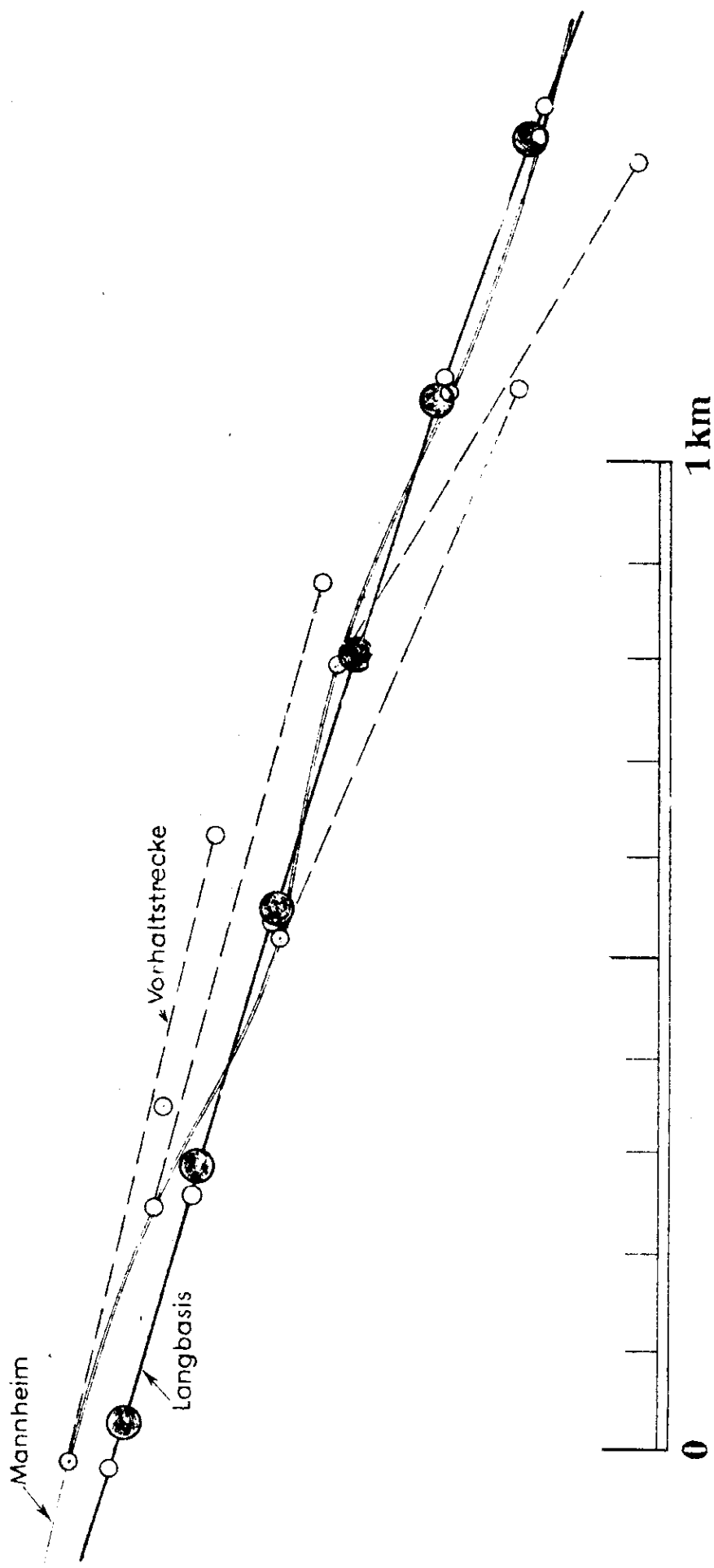
Seitenfehler von Flakmeßgeräten

Nach Messungen der FAS III



Nach Messungen der FAS III

**Vergleich der opt. Entfernungsmessung
(4m Basis) mit Würzburg D u. Mannheim**



Nach Messungen der FAS III

Abb. 3

• Optische Erprobung eines Mannheim •

Anstelle der Bahntangente bilden wir die Sekante durch zwei Bahnpunkte, die den Zeitabstand Δt haben. Wenn die Mittelung überhaupt erfolgreich sein soll, müssen die statistischen Schwankungen der Fehler in der Ortsbestimmung schnell gegen die Mittelungszeit erfolgen, oder was dasselbe ist, die Fehler der Ortskoordinaten z.Zt. t und $t + \Delta t$ müssen bereits unabhängig voneinander sein. In der Tat ist das Maschinenflimmern oder das Rauschen der Verstärker schnell im Vergleich zu den zulässigen Messzeiten, sodass wir uns einen merklichen Vorteil unseres Verfahrens gegenüber Geräten versprechen dürfen, deren Trägheit wesentlich geringer als zulässig ist. Sei Δ_{x1} der Ortsfehler der kartesischen Koordinate x des Zieles z.Zt. t und Δ_{x2} der Fehler z.Zt. $t + \Delta t$, so erhalten wir einen Fehler in der Geschwindigkeitsermittlung $(\Delta_{x2} - \Delta_{x1})/\Delta t$ und daraus nach Extrapolation um die Zünderlaufzeit t_z einen Vorhaltefehler $t_z (\Delta_{x2} - \Delta_{x1})/\Delta t$. Bei Gauss'scher Verteilung der Ortsfehler, die liegt erfahrungsgemäss vor, ergibt sich dann für den mittleren Vorhaltefehler, wenn $\bar{x}$ der mittlere Ortsfehler ist,

$$\sqrt{2} \frac{t_z}{\Delta t} \Delta x.$$

Wenn die Mittelungszeit 2 sec. und die Zünderlaufzeit 20 sec. beträgt, erscheinen also die Ortsfehler nach der Vorhaltrechnung 14mal vergrössert. Wir erkennen zugleich, dass der Fehler der Vorhaltrechnung der Mittelungszeit umgekehrt proportional ist.

Eben hatten wir uns zum Ziel gesetzt, die Bahn längs der Tangente zu extrapolieren, Man kann nun auf den Gedanken kommen, zur besseren Vorhaltrechnung bei kurvenden Zielen auch die Zielbeschleunigung heranzuziehen, was bei Abwesenheit statistischer Fehler gewiss die Brauchbarkeit der Vorhaltrechnung erhöhen würde, und im formal einfachsten Fall auf einer Schmiegun-
 gsparabel statt auf einer Tangente extrapolieren. Dem entspricht es, wenn wir zwischen t und $t + \frac{\Delta t}{2}$ die Geschwindigkeit ermitteln und zwischen $t + \frac{\Delta t}{2}$ und $t + \Delta t$ noch einmal und daraus die Beschleunigung bilden. Nach Mittelung über die Gauss'sche Verteilung des Ortsfehlers ergibt sich für den Beschleunigungsfehler $2\sqrt{6} \Delta_x / \Delta t^2$, und zu dem obigen Fehler der Vorhaltrechnung tritt ein zweites Glied hinzu von der Grösse $\sqrt{6}(t_z / \Delta t)^2 \Delta x$, das noch wesentlich grösser ist als der Fehler bei linearer Extrapolation. Die Extrapolation höherer Ordnung ist nur dann vorteilhaft, wenn die Zünderlaufzeit kleiner als die Mittelungszeit ist.

4.) Die zulässige Mittelungszeit.

bei dem eben beschriebenen speziellen Mittelungsverfahren können wir uns leicht anschaulich klar machen, dass ein von der Dauer der Mittelung abhängiger systematischer Fehler, ein Schleppfehler, auftritt, aus dem sich eine obere Grösse für die Dauer der Mittelung ergibt. Wir brauchen uns nur vorzustellen, dass wir ein kurvendes Ziel beschliessen wollen, das mit

konstanter Geschwindigkeit v einen Kreis vom Radius r fliegt (Abb. 4). Gegenüber einem trägheitslosen Gerät ($\Delta_t = 0$) ergibt sich ein zusätzlicher Kursfehler Δ_k vom Betrag

$$\Delta_k = \frac{v \Delta_t}{4 \pi r}$$

und daraus wieder bei der Zünderlaufzeit t_z eine systematische zusätzliche Ablage Δ_s gegenüber der trägheitslosen Extrapolation auf der Tangente vom Betrag

$$\Delta_s = \frac{v^2 \Delta_t t_z}{4 \pi r}$$

s

Es ist nun offenbar am günstigsten, die Mittelungszeit t so zu wählen, dass der systematische Fehler der Vorhaltrechnung eben so gross wird wie ihr statistischer Fehler.

$$\Delta_x \sim \Delta_s \quad \text{oder} \quad \sqrt{2} \frac{t_z}{\Delta_t} \Delta_x = \frac{v^2 \Delta_t t_z}{4 \pi r}$$

Die Zünderlaufzeit fällt heraus und es ergibt sich für die günstigste Mittelungszeit

$$\Delta_t^2 = \frac{4 \pi \sqrt{2} r \Delta_x}{v^2} = \frac{4 \pi \sqrt{2} \Delta_x}{b}$$

wobei b die Zentrifugalbeschleunigung des Zieles ist. Wollen wir etwa ein Ziel beschiessen, das eine Beschleunigung von $b = 2g \sim 20 \text{ m sec}^{-2}$ hat, so erhalten wir bei

der Ortungsgenauigkeit des Mannheim
von $\Delta_x = 10 \text{ m}$ eine günstigste Mittelungs-
zeit von $\Delta_t = 3 \text{ sec.}$

5.) Mittelungszeit und systematischer Fehler bei komplizierteren Geräten.

Während wir an unserem einfachen Beispiel schon alle grundsätzlichen Zusammenhänge erkennen konnten, braucht man für die Entwicklung komplizierterer Geräte Verfahren, um auch hier die Mittelungszeit und den mit der Mittelung verbundenen systematischen Fehler messen und vorausberechnen zu können. Dies gelingt nun leicht, wenn man zunächst die Reaktion der Geräte auf sinusförmige Änderungen der Zielkoordinaten untersucht, ein Verfahren, das dem Elektrotechniker nahe liegt, der gewohnt ist, die Frequenzkurven seiner Geräte zu untersuchen. Es lässt sich ebenso gut auf elektromechanische Geräte übertragen. Eine sinusförmige Änderung des Seitenwinkels und der Entfernung kann auch in Wirklichkeit auftreten, etwa wenn das Ziel einen Kreis beschreibt, dessen Durchmesser klein gegen die Zielentfernung ist.

Ein erfreulicher Vorteil unserer Methode liegt darin, dass man alle dabei nötigen Messungen bequem im Laboratorium ohne Flugversuche durchführen kann. Bei Untersuchungen der Nachführeigenschaften der Seitenkoordinate des Mainz im Laboratorium des Hr. Stepp wurde z.B. folgender Weg eingeschlagen. Das Seiteninstrument des Mainz wurde in den Brückenzweig einer Wheatstoneschen Brücke gelegt.

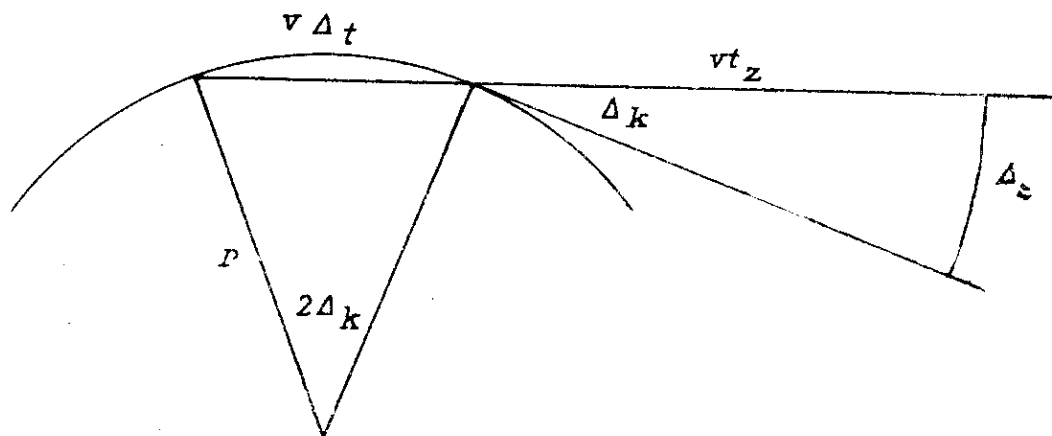


Abb. 4

Mittelung der Dauer Δt . Die Bahntangente wird durch die Sekante ersetzt. Dadurch ergibt sich bei der Vorhaltrechnung ein zusätzlicher Fehler im Kurs u. eine zusätzliche Ablage Δ_s .
(v Flugzeuggeschwindigkeit, t_z Zünderlaufzeit).

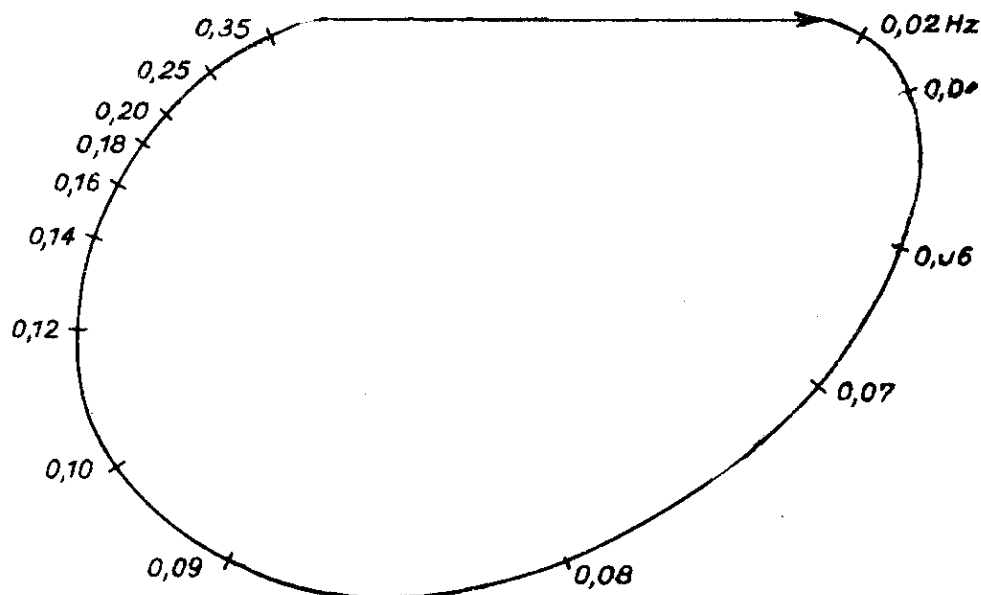


Abb. 5

Frequenzabhängigkeit der Seitennachführung des Mannheim bei sinusförmiger Änderung des Seitenwinkels nach Messungen von Stepp. Bei Sinusbewegung des Zieles führt auch der Redienende den Mannheim angenähert sinusförmig nach. Betrag u. Phase der Nachführung sind als Vektoren dargestellt. Bei 0 Hz wird fehlerfrei nachgeführt; grössere Vektoren bedeuten zu grosse Nachführamplitude, negative Phase nach hinten. (Messamplitude 144°).

Der eine Brückenabgriff wurde von einem Motor sinusförmig mit einstellbarer Amplitude und Frequenz bewegt, der andere Brückenabgriff wurde mit der Drehachse des Mainzspiegels starr verbunden. Der Bedienungsmann, der gar nicht unterscheiden kann, ob ein Instrumentausschlag von einem Flugzeug herrührt oder künstlich erzeugt ist, erhält genau wie im Ernstfall den Auftrag, durch Bedienung des Handrades des Weggeschwindigkeitsgetriebes den Spiegel so nachzuführen, dass das Seiteninstrument des Mainz möglichst gut auf Null gehalten wird. Der Nachführfehler, dem ja der Brückenstrom proportional ist, kann unmittelbar registriert werden. Erst recht kann man so bei vollautomatischen Nachführungen vorgehen. Ein auf diese Weise aufgenommenes Vektordiagramm zeigt Abb. 5, wo der Quotient aus der nachgeführten Koordinate und der wahren Zielkoordinate als Funktion der Frequenz dargestellt ist, ganz wie man auch sonst die Durchlasskurve eines Verstärkers nach Betrag und Phase darstellt. Der Vektor 1 entspricht also fehlerfreier Nachführung, wie sie bei hinreichend langsamen Zielbewegungen auftritt; ein längerer Vektor bedeutet zu grosse Nachführamplituden, negative Phase ein Nachhinken.

In einer brauchbaren Nachführung besteht nun wenigstens angenähert ein linearer Zusammenhang zwischen wahrer und nachgeführter Koordinate, sodass man beliebige Zielbewegungen durch lineare Superposition sinusförmiger erhalten kann. Während es in der Elektrotechnik meist sehr schwierig ist, aus einer

Frequenzkurve eines Verstärkers seine Einschwingvorgänge zu berechnen, können wir in unserem Fall leicht einen ebenso einfachen wie anschaulichen Zusammenhang zwischen der Frequenzkurve und den Nachführfehlern angeben. Dies beruht darauf, dass wir uns nur für relativ sehr kleine Fehler interessieren etwa von der Grösse 1 %. Wir stellen die Durchlasskurve des Gerätes in der Umgebung der Frequenz Null durch eine Taylorreihe dar

$$h(\omega) = 1 + h' (j) + h'' \frac{(j\omega)^2}{2} + \dots,$$

was man auch bei gemessenen Kurven leicht kann. Wenn nun die tatsächliche Zielbewegung die Fourierentwicklung

$$X(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

gestattet, so wird die nachgeführte Koordinate

$$x(t) = X(t) + h' \frac{dX}{dt} + \frac{h''}{2} \frac{d^2 X}{dt^2} + \dots$$

Wir haben also einen der Zielgeschwindigkeit proportionalen Fehler, einen der Beschleunigung proportionalen usw., deren Grösse und Vorzeichen man unmittelbar aus der Frequenzkurve entnimmt. Zum Beispiel ist der Verlauf nach Abb. 6a typisch für ein der Zielgeschwindigkeit proportionales Nachhinken, wie es bei reinen Weggetrieben auftritt. Bei Weggeschwindigkeitsgetrieben kann auch ein Voreilen auftreten, was sich in der Frequenzkurve der Abb. 6b ausdrückt. Ein reiner Beschleunigungsfehler ergibt sich bei Abb. 6c.

Typische Nachführkurven bei tiefsten Frequenzen und ihr qualitativer Zusammenhang mit den Nachführfehlern.

Nachhinken proportional zur Zielgeschwindigkeit.

Abb. 6a

Voreilen proportional zur Zielgeschwindigkeit.

Abb. 6b

Geschwindigkeitsfehler 0. Fehler proportional zur Zielbeschleunigung.

Abb. 6c

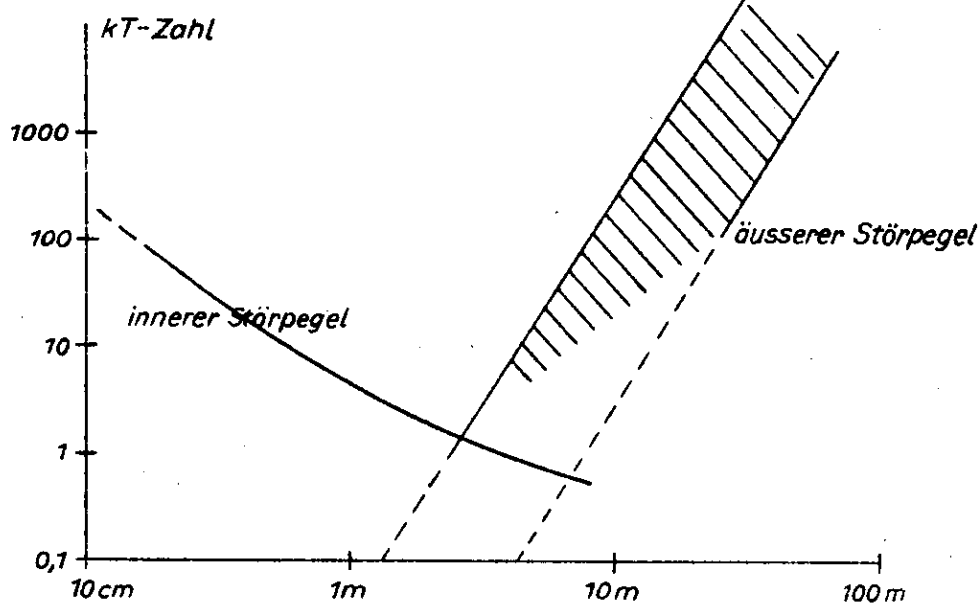


Abb. 7

Wellenabhängigkeit des inneren Störpegels von Empfängern u. des äusseren Störpegels.

Für den Mannheim wurden z.B. die Seitenfehler berechnet, die sich bei einem geraden Vorbeiflug mit einer Geschwindigkeit $v=1000/\text{sec}$ in einer Entfernung von 10 km und 3 km ergeben. Der Seitenwinkel ändert sich dabei von -90° bis $+90^\circ$ (Abb. 8). Man sieht, dass die Fehlerkurve noch ziemlich symmetrisch ausfällt, d.h. der Beschleunigungsfehler spielt kaum eine Rolle, wir können unsere Reihe für die Frequenzkurve praktisch mit dem linearen Glied abbrechen.

Noch einfacher können wir die Mittelungszeit aus der Frequenzkurve entnehmen. Sie ist gleich der reziproken Bandbreite, die man für viele elektrische Systeme mit ausreichender Genauigkeit durch diejenige Frequenz begrenzt denken kann, bei der die Nachführamplitude auf das 0,7-fache ihres Maximalwertes abgesunken ist.

Die Durchlasskurve lässt sich nicht nur messen, sondern auch in vielen Fällen bequem vorausrechnen. Die einfachste rein elektrische Mittelung wird z.B. durch ein sogenanntes Zeitkonstantenglied erreicht, dessen Durchlasskurve durch $h = (1+j\vartheta\omega)^{-1}$ gegeben ist. Dabei ist die Mittelungszeit

$$\Delta t = 2\pi\vartheta$$

$$h = 1 - j\vartheta\omega + (j\vartheta\omega)^2 + \dots$$

Behalten wir wieder nur das in lineare Glied bei, so erhalten wir schon ohne Vorhaltrechnung einen systematischen Fehler der Koordinate

$$\left| \Delta s \right| = \vartheta v = \frac{\Delta t^v}{2\pi}$$

Auch bei nicht beschleunigter Bewegung ergibt sich ein Fehler im Gegensatz zu dem früher besprochenen Mittelungsverfahren. Neben diesen Fehler der Koordinate tritt jedoch bei beschleunigter Bewegung wie früher ein systematischer Fehler in der Geschwindigkeitsermittlung vom Betrag Δv , der nach der Vorhaltrechnung zu einem systematischen Fehler

$$\Delta_s = \frac{\Delta v}{2 T} b t_z$$

führt. Dieser Ausdruck unterscheidet sich von unserem früheren nur dadurch, dass im Nenner der Faktor 2 fehlt. Bei einer Mittelungszeit von 2 sec und einer Flugzeuggeschwindigkeit von 100 m/sec ergibt sich ein Koordinatenfehler von etwa 30 m; bei derselben Mittelungszeit, einer Zünderlaufzeit von 20 sec und einer Zielbeschleunigung von 2g ergibt sich ein Fehler der Vorhaltrechnung von über 100 m. Betrag und Phase der Durchlasskurven elektromechanischer Geräte sind nicht unabhängig voneinander. Welches die günstigste Durchlasskurve ist, die man unter Berücksichtigung dieser Bindung realisieren kann, ist wohl noch weitgehend unbekannt.

Die experimentelle Untersuchung des Mainz ergab übrigens merkliche Nichtlinearität und führte insbesondere zur Feststellung einer grössten Handradgeschwindigkeit und Handradbeschleunigung, die der Bedienende aufbringen kann.

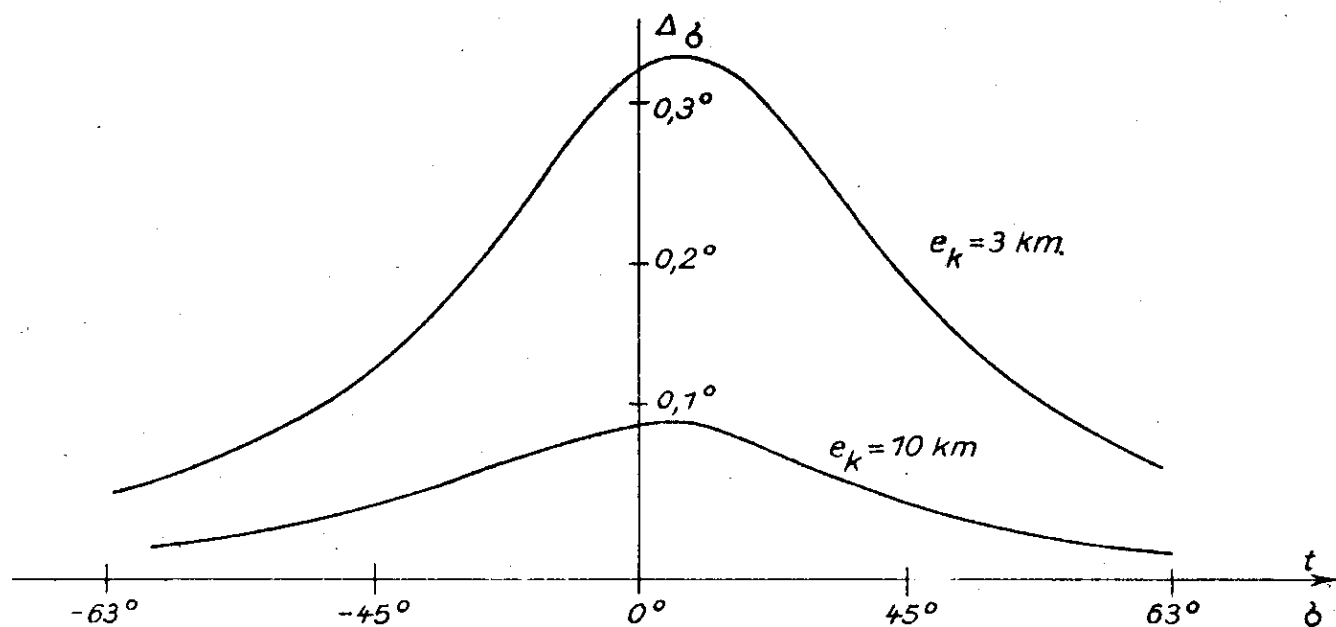


Abb. 8

Fehler der Nachführung des Seitenwinkels beim Mannheim für gerade Vorbeiflüge mit einer Geschwindigkeit von 100 m/sec. in Entfernungen von 3 u. 10 km. Die Kurven wurden aus gemessenen Frequenzkurven der Nachführung errechnet, von denen ein Beispiel in Abb. 5 wiedergegeben ist.

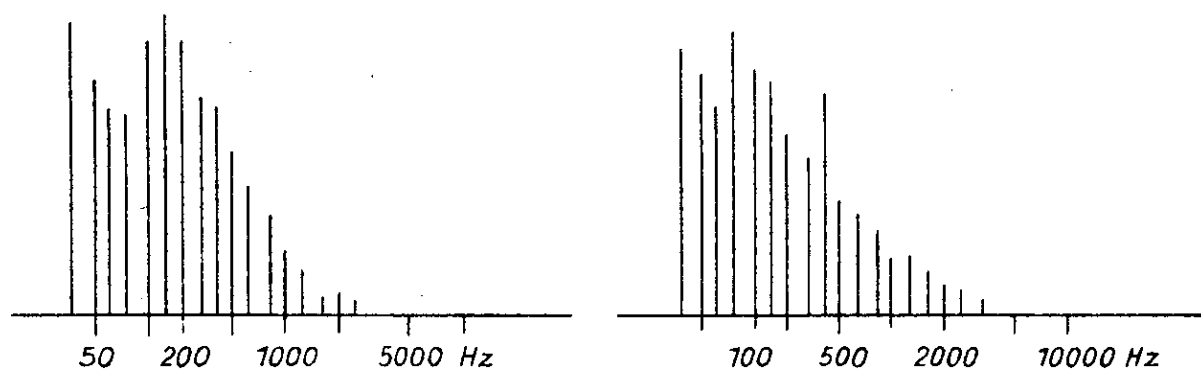


Abb. 9

Frequenzspektren der Maschinenrückstrahlung, aufgenommen mit dem Tonfrequenzspektrometer v. Stepp.

6.) Die Natur der Störungen.

Es bleibt uns nun noch übrig, die Art der statistischen Störungen genauer zu untersuchen, damit wir den Einfluss der Mitteilung auf das Messresultat präziser angeben können, als das bisher geschehen ist.

Der äussere und innere Störpegel der Empfangsanlage ist sehr genau erforscht und besteht, soweit er unvermeidbar ist, in reinen Rauschspannungen, deren Frequenzspektrum nur durch die Durchlasskurve des Empfängers bestimmt ist. Bei längeren Wellen überwiegt der äussere Störpegel, bei Meterwellen werden äusserer und innerer Störpegel etwa gleich, während bei noch kürzeren Wellen, bedingt durch den heutigen Stand der Technik, der innere überwiegt. In Abb. 7 ist der mit Hochfrequenzverstärkung praktisch erreichbare innere Störpegel und der äussere als Funktion der Wellenlänge dargestellt. Der äussere Störpegel ist übrigens bei Wellen unterhalb 10 m extraterrestrischen Ursprungs.

Der Gegner verwendet Störsender, die mit Rauschspannungen moduliert sind oder doch mit ganz ähnlichen Spektren, sodass wir diese Störungen gemeinsam mit dem Rauschen behandeln können. Auch die Störung durch Düppel hat statistischen Charakter. Düppel reflektieren einen eingestrahnten Träger; dabei erleidet der Träger jedoch eine Frequenzverschiebung, die wie bei jedem Doppellereffekt der Radialgeschwindigkeit der Düppel proportional ist. Es entsteht also in der Rückstrahlung ein Frequenzspektrum,

das ein getreues Abbild der Geschwindigkeitsverteilung der Düppel ist und den langsamen mechanischen Bewegungen entsprechend eine Breite von wenigen Hertz hat. Dabei dürfte es sich übrigens wieder um eine Gauss'sche Verteilung handeln, die ausserhalb der Bandbreite sehr rasch abfällt. Die Rotation der Düppel bewirkt eine Amplitudenmodulation von der doppelten Rotationsfrequenz und muss demnach ein ganz ähnliches Spektrum in der Rückstrahlung erzeugen, wie es schon durch den Dopplereffekt entsteht.

Das Fading der Rückstrahlung eines Flugzeuges enthält neben der regelmässigen Propellermodulation vor allem statistische Bestandteile, die durch das vielzipfelige Rückstrahldiagramm der Maschine bei Änderung der räumlichen Orientierung der Maschine zum Rückstrahlgerät entstehen. Das Rückstrahldiagramm ist umso komplizierter, je kürzer die Welle ist, umso höhere Frequenzen sind daher auch im Rückstrahlspektrum zu erwarten. Da das Rückstrahldiagramm auch von der Polarisation abhängt und bei der üblichen Flimmerpeilung die Polarisation periodisch mit der doppelten Rotationsfrequenz der Antenne sich dreht, ist die Rückstrahlung obendrein mit dieser Frequenz moduliert. Schliesslich besteht noch die Möglichkeit, dass der Ort, den man anpeilt, auf der Maschine hin und herwandert. Dieser Effekt spielt aber wohl bei den heutigen Anordnungen noch keine sehr grossen Rolle; sein Überwiegen würde dazu führen, dass nicht die Winkelgenauigkeit

der Seitenpeilung, sondern die zugehörigen Ablagen in m von der Entfernung unabhängig wäre. Auch würde man dann auf gleiche absolute Genauigkeiten in allen drei Koordinaten kommen können.

Das Spektrum des Maschinenfadings muss natürlich nach hohen Frequenzen abfallen, doch geschieht das nur ziemlich langsam, wie Messungen zeigen, die im Laboratorium des Herrn Stepp mit dem Tonfrequenzspektrometer gemacht wurden. Sie sind in Abb. 9 dargestellt und zwar ist hier bereits die logarithmische Skala des Spektrometers so entzerrt, dass man das übliche Bild vor sich hat, das sich bei linearer Frequenzskala ergeben würde. Dass der Einfluss der Polarisation sehr gross sein kann, zeigen weitere bei Herrn Stepp gemachte Messungen; in Abb. 10 ist zugleich mit der Rückstrahlung eine Sinuslinie abgebildet, die mit der Antennenstellung im Spiegel synchron ist. Man erkennt deutlich in der Rückstrahlung eine Modulation mit der doppelten Rotationsfrequenz, aber auch die vierfache kann noch kräftig auftreten, wie das nebenstehende Bild zeigt. Eine genauere Untersuchung des Rückstrahlspektrums der Maschinen wie der Düppel bei tieferen Frequenzen von wenigen Hz steht noch aus. Einen Eindruck von der Grösse der statistischen Störungen vermittelt die aus dem Laboratorium des Herrn Stepp stammende Aufnahme der Abb. 11, in der die Spannung des Seiteninstrumentes des Mainz oszillographiert ist.

Dabei wurde der Spiegel mit grösstmöglicher Genauigkeit optisch, nicht etwa mit Hilfe der Rückstrahlung der Maschine nachgeführt und das Oszillogramm in einem Augenblick aufgenommen, in dem die Maschine im Achsenkreuz war. Ohne Fading hätte man also die Spannung Null bekommen. Tatsächlich aber ergibt sich ein Ausschlag, der mit der unteren Sinuslinie vergleichbar ist, die einer echten Abweichung von 1° entspricht. Dass man überhaupt peilen kann, beruht offenbar auf der mittelnden Wirkung des Seiteninstrumentes, dessen Bandbreite noch wesentlich kleiner als 15 Hz ist, wie es dem letzten Verstärker vor dem Instrument entspricht.

7.) Die Mittelung in den Verstärkern.

Die Mittelungen, welche in den verschiedenen Verstärkern vorgenommen werden, sind im wesentlichen nach zwei Gesichtspunkten zu beurteilen. Erstens muss man unterscheiden, ob die Mittelung vor oder nach einer Gleichrichtung ohne Trägerzusatz vorgenommen wird. Zweitens muss man unterscheiden, ob die zu messende Spannung, etwa ein Sinuston, durch eine fremde Rauschspannung, etwa das Empfängerrauschen, gestört wird oder ob die zu messende Spannung selber der Mittelwert einer statistischen Grösse ist, die durch ihre eigenen Schwankungen gestört wird.

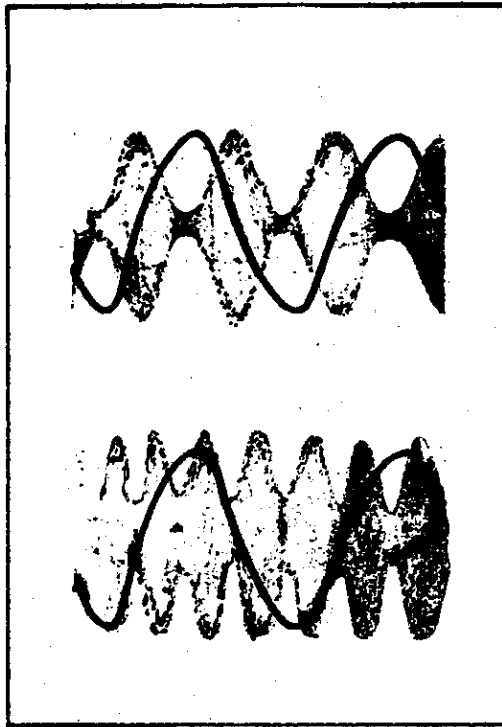


Abb 10

Die beiden Oszillogramme enthalten eine mit der Rotation der Peilantenne synchrone Sinuslinie, sie gibt die Stellung des Strahlers im Antennenspiegel an. Die trägerfrequente Rückstrahlung ist im oberen Bild vorwiegend mit der doppelten Rotationsfrequenz, im unteren mit der vierfachen moduliert.

Maschinenfading u. Stellung des rotierenden Dipols
Nach Messungen der FAS III



74 Hz Verstärker Bandbreite $\pm 7,5$ Hz



28 kHz Verstärker Bandbreite ± 2500 Hz



² 74 Hz Verstärker Output bei 1° Fehlpeilung

Einfluss der Mittelung in Verstärkern auf das Rückstrahlfading nach Messungen von Stepp. Im Mainz wird die Rückstrahlung zunächst in einem breiten Trägerfrequenzverstärker, dann in einem schmalen mit anderer Trägerfrequenz verstärkt, dessen Output auf die Dynamometer zur Seiten- u. Höhenanzeige gelangt. Die beiden oberen Oszillogramme sind bei genau eingeleiteter Maschine aufgenommen, sodass sich ohne Fading im obersten Oszillogramm die Spannung Null, im mittleren, das einen gleichgerichteten Output darstellt, konstante Spannungen ergeben hätten. Zum Vergleich ist im unteren Oszillogramm die phasenstarre Sinusspannung dargestellt, die einer echten Seitenabweichung von 1 Grad am Ausgang des 74-Hz-Verstärkers entspricht.

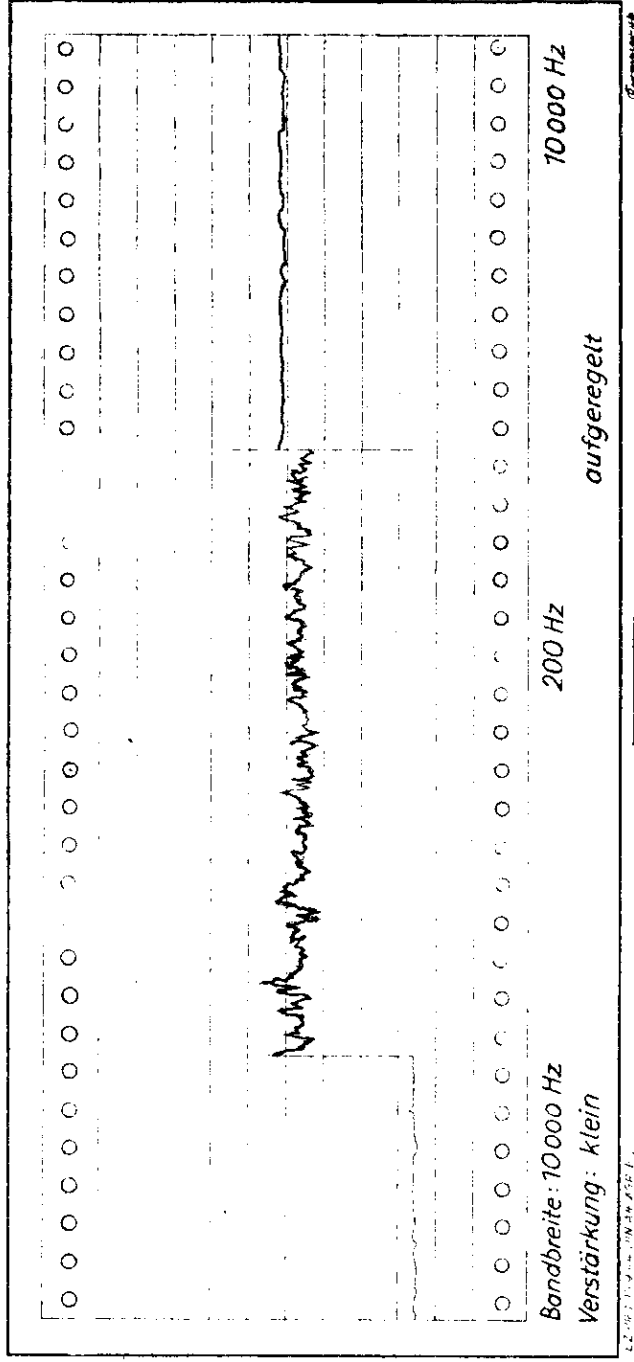
Durch Zusatz eines grossen Trägers wird die Gleichrichtung linearisiert, wie das bei der Mischung der Zwischenfrequenz aus der Hochfrequenz der Fall ist oder bei der Messung der Ausgangsspannung des bei der Seitenpeilung benutzten Verstärkers durch ein Dynamometer. Soweit in einem Verstärkerzug das Gesetz der linearen Superposition gilt, lässt er sich durch eine einheitliche Bandbreite charakterisieren. Wenn wir durch einen solchen Verstärker ein zu messendes Signal und eine zusätzliche Rauschspannung übertragen, so kann der Fall eintreten, dass das Spektrum des Signals wesentlich schmaler ist als das Spektrum des Rauschens; wenn es sich dabei um Empfängerrauschen handelt, so erfüllt es meist die Bandbreite des Empfängers gleichmässig. Dann kann man durch Einengen der Bandbreite das Rauschen beschneiden, ohne zugleich das Signal zu schädigen. Dabei verbessert man das Verhältnis von Signalspannung zu Rauschspannung, den Störabstand, proportional zur Wurzel aus der Bandbreite und um den gleichen Faktor kann man die Signalspannung erniedrigen, bis man wieder auf den alten Störabstand kommt. Dabei werden, wie alle Einschwingvorgänge, zugleich die Rauschspannungen verlangsamt. Dies zeigt Abb. 11.

Weniger allgemein bekannt sind die Verhältnisse, die eintreten, wenn zwei lineare Verstärker vorliegen, die durch einen Gleichrichter ohne Zusatzträger getrennt sind. Wenn ihre Bandbreiten sehr unterschiedlich

sind und der letzte von ihnen der schmalere ist, ist das geometrische Mittel aus den beiden Bandbreiten massgeblich für die Einsparung an Signalspannung, die bei einer Einengung der Bandbreiten zulässig ist.

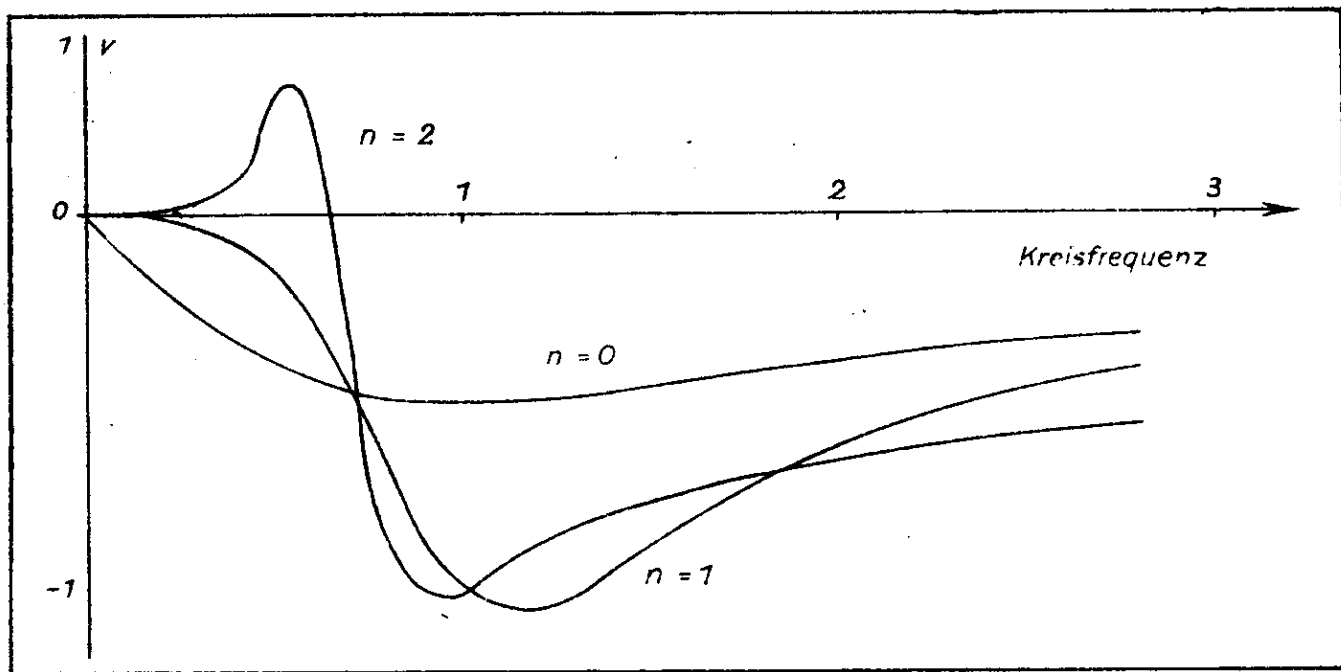
Handelt es sich aber nicht darum, ein zusätzliches Rauschen zu eliminieren, sondern dient der Gleichrichter dazu, den Mittelwert einer selber statistisch schwankenden Grösse zu messen, so ist es zwar immer noch vorteilhaft, die Bandbreite hinter diesem Gleichrichter so klein wie möglich zu machen; die Bandbreite des Verstärkers vor dem Gleichrichter muss man aber so gross wählen, dass das Spektrum der zu messenden Grösse nicht beschnitten wird; denn ihr hinter dem Gleichrichter gemessener Mittelwert nimmt bei Einengung der Bandbreite des Verstärkers schneller ab als die Schwankungen, und zwar ist bei gleichmässigem Spektrum die relative Schwankung hinter dem Gleichrichter der Wurzel aus der Bandbreite vor dem Gleichrichter umgekehrt proportional. Dies zeigt Abb. 12.

Der FAS III, Herrn Oberstleutnant Wever und Hauptmann Hoffmann danke ich für die Bereitwilligkeit, mit der sie ihre Messergebnisse für die Ausarbeitung des Vortrages zur Verfügung stellten. Ebenso hatt Herr Stepp, Telefunken, viele in seinem Laboratorium durchgeführte Untersuchungen beige-steuert.



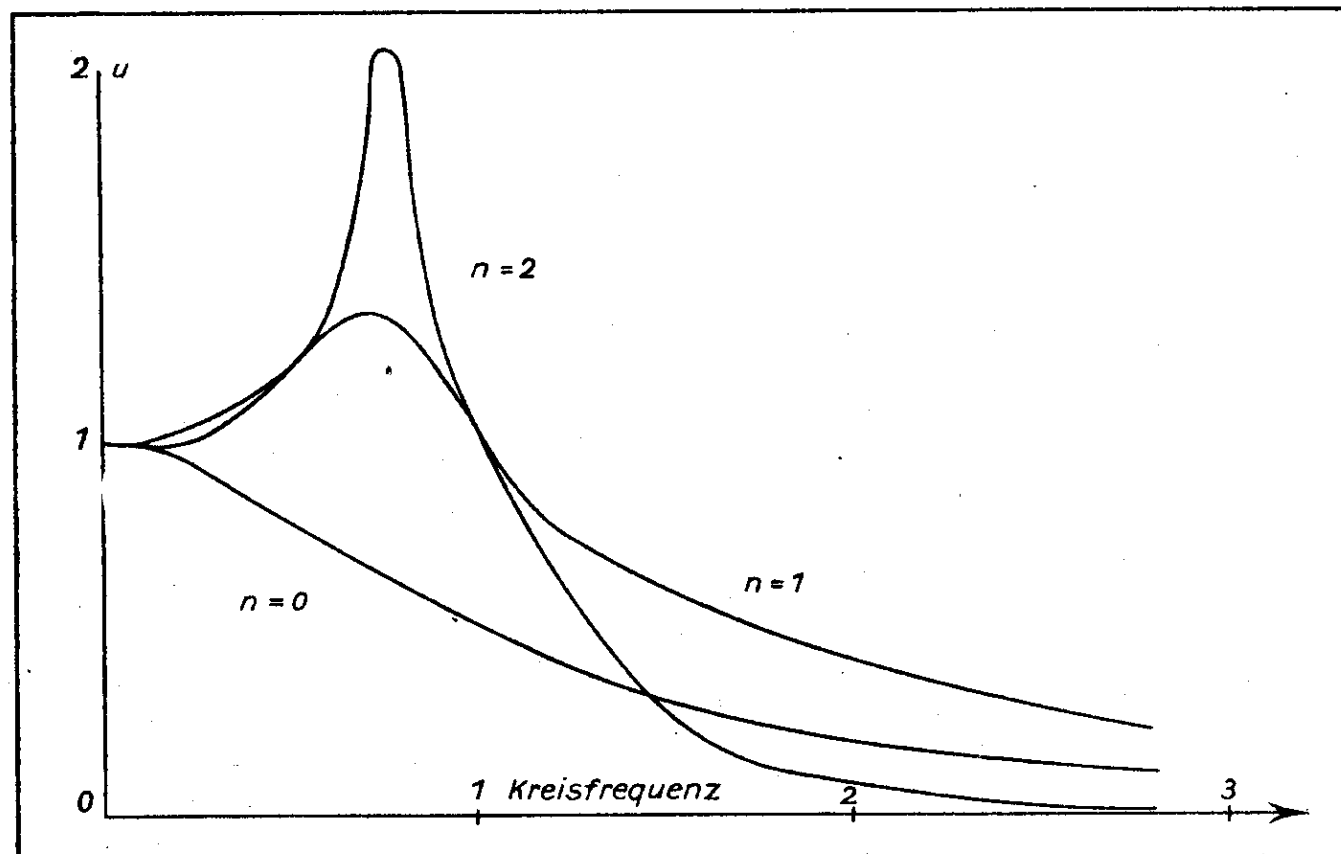
Empfängerrauschen: Mit einem logarithmischen Neumannschreiber wurde das Rauschen eines Empfängers mit den Bandbreiten 200 Hz und 10000 Hz geschrieben. Dabei nimmt der Mittelwert des Rauschens ab und die mittlere Schwankung nimmt zu, je kleiner die Empfängerbandbreite ist. Stört die Rauschspannung ein gleichzeitig vorhandenes Signal, so ist es günstig, die Bandbreite solange zu verkleinern, bis auch das Signal geschwächt wird; will man dagegen den Effektivwert des Rauschens messen, so ist es günstig, eine möglichst grosse Bandbreite zu verwenden. Um zu kontrollieren, dass nicht etwa ein Übersteuerungseffekt vorliegt, wurde die zur grossen Bandbreite gehörige Rauschspannung durch Herabsetzen der Verstärkung auf den gleichen Ausgangspegel wie die zur kleinen Bandbreite gehörige geregelt.

Imaginärteil des Übertragungsfaktors



Günstigste Frequenzkurven für den Übertragungsfaktor $h = u + jv$. Realteil u . Imaginärteil v sind in den niedersten drei Fällen für die S. 14 unten angegebene Normierung dargestellt. Beispiele von Schaltungen, die zu diesen Frequenzabhängigkeiten führen, sind in Abb. 2 angegeben.

Abb. 13



Realteil des Übertragungsfaktors

8.) Zusammenfassung.

Die Wechselwirkung zwischen taktisch-technischen Forderungen, unvermeidbaren statistischen Störungen und ihrer zeitlichen Ausmittlung wird untersucht. Aus statistischen Ortsfehlern ergeben sich als Resultat der Vorhaltrechnung stark vergrösserte Fehler, die der Zünderlaufzeit direkt, der Mittelungsdauer umgekehrt proportional sind; beim heutigen Flakschiessen beträgt diese Vergrösserung mehr als das Zehnfache. Mit der zeitlichen Mittelung ist ein systematischer Fehler, ein Schleppfehler, verbunden, der sich hauptsächlich wieder in der Geschwindigkeitsermittlung und damit der Vorhaltrechnung bemerkbar macht. Dieser Geschwindigkeitsfehler ist der Mittelungsdauer und der Zielbeschleunigung proportional. Die Forderung nach Gleichheit des systematischen Fehlers und des statistischen Fehlers führt bei den heutigen Funkmessgeräten zu günstigsten Mittelungszeiten von wenigen Sekunden. Mittelungsdauer und zugehörige systematische Fehler lassen sich auch bei komplizierten Geräten aus der im Laboratorium messbaren und vorausrechenbaren Frequenzabhängigkeit der Geräte ermitteln. Der Unterschied in der Natur der verschiedenen statistischen Störungen, des inneren und äusseren Gerätestörpegels (Rauschen), der Feindstörungen (Düppel und Störsender) und des Zielverhaltens (Rückstrahl-Fading) und ihre Beeinflussung durch stufenweise Mittelung in Verstärkern wird diskutiert.

II. Die Wahl der Bandbreite bei Funkmessgeräten (Hr. Dr. Fränz)

1.) Einleitung.

Bei Verstärkern muss man ganz allgemein die Bandbreite so klein wählen, wie das mit Rücksicht auf Verzerrungen der Signale möglich ist, denn dann ergibt sich die grösste Empfindlichkeit. Im allgemeinen kommt man dabei mit einer sehr summarischen Betrachtung aus. Es genügt nämlich oft, dem Signal eine endliche Bandbreite zuzuschreiben, innerhalb deren sein Spektrum als konstant angesehen werden darf, während ausserhalb praktisch keine Signalenergie mehr vorhanden ist. Derartige Betrachtungen reichen auch zur Dimensionierung der Zwischenfrequenzverstärker von Funkmessgeräten aus, deren Bandbreite im wesentlichen die Entfernungsauflösung festlegt. Dagegen kommt man mit ihnen bei der Dimensionierung der Geräteausgänge nicht mehr aus. Zwar gilt immer noch, dass die Empfindlichkeit des Gerätes gegenüber dem inneren Störpegel umso günstiger ist, je kleiner die Bandbreite ist, zwar ist auch die Ausmittelung des unangenehmen Rückstrahlungsfadings umso wirksamer, je kleiner die Ausgangsbandbreite ist, doch hat man kein Gefühl dafür, welche Bandbreiten mit Rücksicht auf die Trägheit des Gerätes und seine dadurch entstehenden Nachführfehler noch zulässig sind. Die folgenden Betrachtungen werden geradezu zeigen, dass es überhaupt nicht mehr möglich ist, die Geräteeigenschaften

summarisch durch eine einzige Zahl, die Bandbreite, zu charakterisieren; sie ist zwar immer noch für die Ausmittelung von Störungen aller Art allein massgeblich, aber die Nachführfehler hängen von der Dimensionierung der gesamten Frequenzkurve ab. Im EC-Bericht Nr. 99 sind diese Zusammenhänge wenigstens in ihren Grundlagen dargestellt. Im vorliegenden Bericht wollen wir uns für die optimale Dimensionierung der Frequenzkurve des elektrischen oder elektromechanischen Geräteausganges interessieren.

Dass wir mit der summarischen Beschreibung der Verzerrungen durch eine Bandbreite nicht mehr auskommen, hat im wesentlichen zwei Gründe: Erstens fordern wir für unsere Messungen eine sehr hohe relative Genauigkeit von 10^{-3} bis 10^{-4} . Zum Beispiel wollen wir eine Entfernung von 10 km auf 10 m genau bestimmen oder einen Seitenwinkel auf $1/3600$ des vollen Kreisumfanges. Zweitens ist im Gegensatz zum Nachrichtenempfang oder der Oszillographie auch schon eine reine Laufzeit unter Erhaltung der Signalform mit einem Messfehler, nämlich einem Nachhinken verbunden.

Dass wir trotz dieser Komplikationen zu einer einfachen Beschreibung der Nachfuhreigenschaften kommen, wie sie im Prinzip schon im EC-Bericht Nr. 99 gegeben wurde, beruht auf der Stetigkeit der Flugzeugbewegungen, darauf, dass es keine Sprünge machen kann. Dies bedeutet eine Vereinfachung gegenüber den üblichen Einschwingfragen etwa bei Telegrafienzeichen, die plötzlich ein- und aussetzen.

2.) Frequenzkurve und Nachführfehler.

Die Bewegung eines beliebigen elektromechanischen Nachlaufsystems kann wohl in den meisten Fällen mit ausreichender Genauigkeit durch Systeme von linearen Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten beschrieben werden. Dies gilt streng für alle elektrischen Schaltungen ohne Verstärker und praktisch auch für Schaltungen mit Verstärkern; denn entweder sind sie linear und brauchbar oder übersteuert und unbrauchbar. Ähnliches dürfte auch für die Mechanik gelten. Man kann also die Reaktion des Gerätes auf eine sinusförmige Änderung eines Eingangswertes angeben und seine Reaktion auf beliebige Zielbewegungen durch Fourieranalyse und lineare Superposition erhalten. Sei etwa $x(t)$ der Eingangswert und $X(t)$ der Ausgangswert (dabei kann x zum Beispiel die Entfernung oder der Seitenwinkel oder sonst eine Koordinate sein). Wenn der Eingangswert sich sinusförmig ändert

$$x = x_0 e^{j\omega t},$$

ändert sich auch der Ausgangswert sinusförmig

$$X = X_0 e^{j\omega t}.$$

Er lässt sich leicht ausrechnen, falls die Differentialgleichungen bekannt sind, welche die Nachführung des Gerätes beschreiben. Ebenso kann man bei einem vorhandenen Gerät

den Zusammenhang zwischen x_0 und X_0

leicht messen, wie das im EC-Bericht Nr. 99 beschrieben ist. Die Nachführeigenschaften des Gerätes sind dann durch den Quotienten

$$(1) \quad h(y\omega) = \frac{X_0(y\omega)}{x_0(y\omega)}$$

vollständig beschrieben. Die Beschreibung von Verstärkereigenschaften durch derartige Übertragungsfaktoren ist durchaus üblich. Für hinreichend stetige, sonst beliebige Änderungen der Eingangswerte $x(t)$ erhalten wir nun eine übersichtliche und für numerische Rechnungen gut geeignete Darstellung des Zusammenhanges zwischen Eingangs- und Ausgangswerten. Wir nehmen an, dass die Zielbewegung eine Darstellung

$$(2) \quad x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

gestattet. Dann gilt für den Ausgangswert

$$(3) \quad X(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\omega) f(\omega) e^{j\omega t} d\omega.$$

Für sehr langsame Zielbewegungen erfolgt die Nachführung fehlerfrei, es gilt also $h(0) = 1$. Man kann h in eine Taylorreihe nach der Frequenz entwickeln, h ist ja für alle Systeme von linearen

Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten eine rationale Funktion der Frequenz. Die Taylorreihe konvergiert also innerhalb eines Konvergenzkreises, auf dessen Umfang in der komplexen Ebene der Frequenzen derjenige Pol der rationalen Funktion h liegt, der vom Nullpunkt der ω Ebene den kleinsten Abstand hat. Setzt man sie in das Fourierintegral für $x(t)$ ein, so erhält man durch Vergleich mit den Formeln, die sich beim Differenzieren von (2) nach t unter dem Integral ergeben, für den Fehler Δ_x

$$(4) \Delta_x = (t) - x(t) = h'(0)x(t) + 1/2! h''(0)\ddot{x}(t) + \dots$$

Die Terme der rechts stehenden Reihe nehmen nun umso rascher ab, je stetiger die Zielbewegung erfolgt, d.h., je kleiner die höheren zeitlichen Ableitungen von x sind, und je glatter die Frequenzkurve ist, d.h., je kleiner die höheren Ableitungen von h nach der Frequenz sind. Von der Brauchbarkeit dieser Beziehung überzeugt man sich am besten an Hand von Beispielen. Eine der einfachsten Frequenzkurven ist die eines gewöhnlichen Zeitkonstantengliedes

$h = (1+j\omega\theta)^{-1}$, und seine Taylorreihe lautet

$$(5) h = -j\omega\theta + (j\omega)^2\theta^2 - (j\omega)^3\theta^3 + \dots$$

Eine der einfachsten Zielbewegungen ist ein Kreisflug, dessen Durchmesser klein gegen den Abstand des Zieles vom Funkmessgerät ist.

Dabei ändern sich alle Koordinaten praktisch sinusförmig. Wenn v die Flugzeuggeschwindigkeit und b seine Beschleunigung ist, ergibt sich für die Zielkoordinate $x = \frac{v^2}{b} \sin b \frac{t}{v}$. Praktische Werte sind z.B. $v = 100 \text{ m/sec}$ und $b = 1g = 10 \text{ m/sec}^2$. Unsere Reihe für den Fehler lautet dann

$$(6) \Delta x = X - x = \left[-\frac{\partial b}{v} + \left(\frac{\partial b}{v}\right)^2 \dots \right] \frac{v^2}{b}.$$

Wählen wir die Zeitkonstante $= 1 \text{ sec}$, so wird der erste Term, welcher der Zielgeschwindigkeit proportional ist, 100 m , der zweite, welcher der Zielbeschleunigung proportional ist, 10 m usw.. Die Reihe (4) zeigt also in diesem Fall das Konvergenzverhalten der geometrischen Reihe. Wenn wir eine grössere Genauigkeit erstreben, müssen wir die Zeitkonstante noch kleiner wählen, und die Reihe ist noch besser für numerische Rechnungen geeignet.

Wenn auch das Flugzeug keine Sprünge machen kann, so ist beim Seitenwinkel trotzdem ein Sprung möglich, nämlich dann, wenn eine genaue Überfliegung stattfindet. Man kann sich leicht überzeugen, dass nur bei extrem kleinen Kartenentfernungen e_k (4) für numerische Rechnungen nicht mehr geeignet ist. Für einen geraden Vorbeiflug mit der Geschwindigkeit v und der kleinsten Kartenentfernung e_k gilt für den

Seitenwinkel ϑ

$$(7) \quad \vartheta = \arctg \frac{vt}{e_k}$$

und für die höheren zeitlichen Ableitungen, etwa z.Zt. $t = 0$, in der das Ziel Minimalentfernung hat,

$$(8) \quad \vartheta^{(2n+1)}(0) = (-)^n (2n)! \left(\frac{v}{e_k} \right)^{2n+1}$$

Die Reihe (4) ist in diesem Beispiel nur noch semikonvergent, d.h., ihre Glieder nehmen zunächst ab und wachsen nach einem kleinsten wieder. Bei numerischen Rechnungen muss man sie also spätestens mit diesem Glied abbrechen. Selbst bei einer Kartenentfernung von 1 km und einer Geschwindigkeit von 100 m/sec nehmen die Glieder erst vom 11. ab wieder zu. Es wäre gewiss nicht richtig, dem Ausnahmefall der verschwindenden Kartenentfernung ein grosses Gewicht beizulegen, zumal Fehler im Seitenwinkel bei verschwindender Kartenentfernung die Endresultate der Ziel-
daten doch nur wenig beeinflussen.

Wir haben bisher normale Bewegungen des Zieles betrachtet; es ist zu erwarten, dass für ein Ziel, welches Abwehrbewegungen ausführt, die Reihe (4) besonders schlecht konvergiert. Nun ist zwar klar, dass bei normalen Flugzeugen die Geschwindigkeit von 200 m/sec in absehbarer Zeit nicht wesentlich

überschritten werden wird, ferner ist bekannt, dass eine mittlere Beschleunigung von $2g = 20 \text{ m/sec}^2$ nicht überschritten werden wird, weil das die Besatzungen zu sehr anstrengt. Für die höheren zeitlichen Ableitungen werden wir aber nicht so leicht Erfahrungswerte bekommen. Hier können wir uns in einfacher Weise durch eine Abschätzung helfen. Wir brauchen im Grunde nur eine Annahme darüber zu machen, nach welcher Zeit der Pilot seinen Willen ändert und etwa von Rechtskurs in Linkskurs oder von Steigen in Fallen übergeht usw. Für die Darstellung der Flugzeugbahn durch eine Taylorreihe bedeutet das nämlich: Während man die Bahn zwischen zwei Willensakten leidlich durch die ersten Glieder approximieren kann, ist eine mathematische Vorherberechnung der Bahn über dieses Zeitintervall hinaus unmöglich, d.h., viele Glieder sind von der Grössenordnung des ersten. Daraus erhalten wir die Abschätzung für die höheren zeitlichen Ableitungen der Zielbewegung. Sei die Zeit zwischen zwei Willensakten t_w , so lautet die Taylorreihe bei Entwicklung um den Zeitnullpunkt

$$(9) \quad x(t_w) + x_0 + \dot{x} t_w + \frac{\ddot{x} t_w^2}{2!} + \dots$$

Wenn nun viele Glieder von gleicher Grössenordnung mit dem der Zeit proportionalen

Glied sind, so ergibt sich

$$(10) \quad x^{(n)} \sim n! \quad \dot{x}/t_w^{n-1}.$$

Abwehrbewegungen haben nur Sinn, wenn zwischen zwei Willensakten eine merkbliche Abweichung vom mittleren Kurs stattfindet, wenn z. B. beim Fliegen einer ungefähren Sinuskurve die Amplituden dieser Kurve nicht zu klein werden. Man wird die Zeit zwischen den Willensakten etwa zu $t_w = 10 \text{ sec}$ schätzen. Dies erlaubt eine gewisse Prüfung von (8), das ja bereits für die Beschleunigung $\ddot{x}$ einen vernünftigen Wert liefern muss.

In der Tat ergibt sich bei unseren Annahmen $\ddot{x} = 2g = 20 \text{ m/sec}^2$. Für die nächsthöheren Ableitungen finden wir 6 m/sec^3 , $1,2 \text{ m/sec}^4$ usw. Selbst bei Abwehrbewegungen nehmen also die üblichen Einheiten die Zahlenwerte der höheren Ableitungen der Zielbewegung merklich ab. (4) ist semikonvergent, und wenn wir $\theta = 1 \text{ sec}$ setzen, nimmt erst das 10. Glied wieder zu.

3.) Qualitatives über den Zusammenhang zwischen der Frequenzkurve und den Ableitungen des Übertragungsfaktors.

Unsere Betrachtungen haben gezeigt, dass die einzelnen Terme in der Fehlerdarstellung (4) rasch abnehmen. Dies legt die Frage nahe, ob man nicht durch geschickte Dimensionierung des Ausgangs des

Funkmessgerätes einen Übertragungsfaktor h darstellen kann, für den möglichst viele Ableitungen nach der Frequenz verschwinden, sodass gerade die unangenehmsten Beiträge zu (4) verschwinden. Dabei ist es jedoch klar, dass die Bandbreite bei dieser Massnahme erhalten bleiben muss; denn bei Vergrösserung der Bandbreite kann man selbstverständlich die Ableitungen von h beliebig klein machen, wie schon das Beispiel des Zeitkonstantengliedes zeigt.

Es ist wohl selbstverständlich, dass mit einer endlichen Bandbreite immer Fehler verbunden sind, denn man fälscht ja durch Abschneiden der höchsten Frequenzen das Spektrum der Eingangswerte. Es kommt nun darauf an, dass man sich einen Einblick in den Zusammenhang zwischen der Bandbreite und den Ableitungen von h verschafft. Man erhält ihn am leichtesten, wenn man bereit ist, das Verhalten von h bei komplexen Frequenzen in Betracht zu ziehen. Dazu führt man die komplexe Grösse $p = j\omega + \nu$ ein, wobei ω und ν reell sein sollen. h ist dann eine rationale Funktion von p mit reellen Koeffizienten, was im Grunde daherührt, dass Schaltelemente, wie L , C , R und mechanische Grössen wie Steifigkeit, Trägheit und Dämpfung selbst reell sind. Es lässt sich auch formal leicht beweisen.

Sei diese rationale Funktion

$$(11) \quad h = \frac{1 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots + a_n p^n}{1 + b_1 p + b_2 p^2 + \dots + b_n p^n + b_{n+1} p^{n+1}}$$

Die Bandbreite errechnet sich aus h zu

$$(12) \quad \Delta \omega = \int |h|^2 d\omega.$$

Damit die Bandbreite überhaupt endlich wird, muss offenbar der Grad des Zählers in (11) mindestens um 1 kleiner sein als der des Nenners, was wir in (11) bereits zum Ausdruck gebracht haben. Wenn auch in vielen Fällen anstelle der exakten Bandbreiten-Definition (12) eine einfachere ausreicht, etwa die Bezugnahme auf die Abnahme von h auf 0,7, so kommt man insbesondere bei nicht sehr glatten Frequenzkurven damit nicht mehr aus, und wir werden auch solche Kurven in Betracht ziehen müssen.

Damit erübrigt sich auch die etwas unpräzise Zuordnung von Mittelungszeiten zu den Frequenzkurven, mit der wir uns im EC-Bericht Nr. 99 begnügten.

Die Abneigung gegen die allgemein gültige Definition (12) rührt wohl auch daher, dass die Ausführung der Integration nicht ganz elementar gelingt. Es lassen sich aber leicht Formeln angeben, mit deren Hilfe man für beliebige Koeffizienten von (11) die Bandbreite elementar darstellen kann, so dass damit hoffentlich der Grund gegen die Verwendung von (12) für die Zwecke der Theorie in Zukunft entfällt.

Der Übertragungsfaktor h muss noch einer weiteren Bedingung genügen, damit die Nachführung überhaupt brauchbar ist.

Die Nullstellen des Nennerpolynoms müssen alle negativen Realteil haben, das bedeutet, nämlich, die Eigenschwingungen der Nachführeinrichtung müssen gedämpft sein. Ein solches Polynom heisst ein Hurwitz'sches Polynom. Eigenschwingungen verschwindender Dämpfung kann man auch nicht zulassen, denn diese entsprächen Unendlichkeitsstellen von h auf der j -Achse, und die Bandbreite würde wieder unendlich. Der Übertragungsfaktor h ist also im Innern und auf dem Rande der rechten p -Halbebene ($\text{Re } p \geq 0$) eine reguläre analytische Funktion. Dies hat einschneidende Folgen für den Zusammenhang zwischen Realteil und Imaginärteil von $h = u + jv$, aus dem sich leicht qualitative Aussagen über die Form der Frequenzkurven ergeben. Der Realteil einer analytischen Funktion ist nämlich im Innern eines Regularitätsgebietes eine Potentialfunktion, so dass man sich seinen Verlauf durch elektrische Feldlinien oder Strömungslinien veranschaulichen kann. Regularität bedeutet Quellenfreiheit, so dass alle Stromlinien vom Rande, in unserem Fall also von der j -Achse ausgehen müssen und dort auch wieder das Regularitätsgebiet verlassen müssen. Sie müssen also an Stellen mit grossem Realteil beginnen und durch das Innere der rechten p -Halbebene zu Stellen kleinen Realteils auf der $j\omega$ -Achse abfallen. Wir wissen bereits, dass $h(0) = 1$ ist, also auch der Realteil $u(0) = 1$ ist und dass ausserhalb der Bandbreite sogar der Betrag von h , also auch sein Realteil u verschwindet.

Der Abfall von u ins Innere der rechten p -Halbebene ist mit der Änderung des Imaginärteils v längs der $j\omega$ -Achse durch die Cauchy-Riemann'schen Differentialgleichungen verbunden

$$(13) \quad \frac{\partial u}{\partial \omega} = \frac{v}{\partial \omega} \quad .$$

Wenn nun etwa wie beim Zeitkonstantenglied der Realteil u bei der Frequenz 0 sein Maximum auf der $j\omega$ -Achse annimmt, so muss er ins Innere der rechten p -Halbebene jedenfalls abfallen, offenbar umso rascher, je kleiner die Bandbreite ist. Da u eine gerade Funktion und v eine ungerade Funktion von ω ist, folgt aus dem Nichtverschwinden von $\frac{\partial R}{\partial \omega} = \frac{\partial X}{\partial \omega}$ auch das Nichtverschwinden von $h'(0)$; $h'(0)$ ist also nur möglich, wenn in der Nähe der Frequenz 0 der Realteil zunächst ansteigt, und dann erst endgültig abfällt. Wenn nun auch noch $h''(0)$ zu 0 gemacht werden soll, muss der Realteil in der Umgebung der Frequenz 0 zunächst fast konstant sein, der Anstieg auf Werte grösser als 1 innerhalb des Durchlassbereiches also umso steiler sein. Dies zeigt aber, dass, wenn wir die ersten Ableitungen von h zum Verschwinden bringen, die höheren Ableitungen umso grösser werden.

4.) Berechnung günstigster Frequenzkurven.

Nachdem wir uns so einen ungefähren Überblick über die zu erwartenden Frequenzkurven günstiger Nachlaufschaltungen verschafft haben, wollen wir eine quantitative Diskussion der günstigsten Frequenzkurven

h vornehmen. Der Aufwand zur Realisierung einer Frequenzkurve (11) ist offenbar umso grösser, je grösser der Grad $n+1$ des Nenners ist. Es wird daher sinnvoll sein, zu fragen, welche günstigste Dimensionierung bei gegebenem Aufwand, also vorgegebenem n möglich ist. Wir nehmen uns daher vor, in (11) eine möglichst grosse Zahl von Ableitungen nach der Frequenz zum Verschwinden zu bringen. Mehr als n können nicht verschwinden, wenn h_{n+1} nicht verschwindet, was wir voraussetzen, da sonst der Grad des Nenners kleiner als $n+1$ wäre.

$$(14) \quad h^{(n+1)} = -n! \quad b_{n+1}$$

die erste nichtverschwindende Ableitung nach p . Das Produkt

$$(15) \quad b_{n+1} (\Delta\omega)^{n+1} = \text{const}$$

ist unabhängig von der Wahl der Zeiteinheit. Durch Wahl der Zeiteinheit können wir erreichen, dass noch $b_{n+1} = 1$ wird, dies denken wir uns ausgeführt. Die günstigste Dimensionierung liegt demnach vor, wenn man die noch übrigbleibenden

Parameter a_n , von denen nur die Bandbreite, nicht aber $h^{(n+1)}$ abhängt, so bestimmt, dass das Produkt (15) zum Minimum wird. Hierzu genügt es, sie so zu wählen, dass die Bandbreite zum Minimum wird. Wir versuchen also die a_n so zu bestimmen, dass

$$(16) \Delta \omega = \int \left| \frac{1 + a_1 p_1 + \dots + a_n p^n}{1 + a_1 p_1 + \dots + a_n p^n + p^{n+1}} \right|^2 d\omega = \text{Min.}$$

wird. Dabei dürfen die a_n nur so variieren, dass das Nennerpolynom

$$(17) \quad N(p) = \prod_{i=1}^{n+1} (p - p_i)$$

nur Nullstellen mit negativem Realteil hat. Die Bedingungen dafür hat Hurwitz angegeben. Notwendig und hinreichend ist, dass die Hauptabschnittsdeterminanten D_n der Determinante D

$$(18) \quad D = \begin{vmatrix} a_n & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n-2} & a_{n-1} & a_n & 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 1 & a_1 & a_2 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

positiv sind. Gehen wir von einem beliebigen Hurwitz'schen Polynom aus und lassen in stetiger Änderung eine Nullstelle auf die $j\omega$ -Achse rücken, so wird die Bandbreite unendlich und zugleich verschwindet eine der

Hurwitz'schen Determinanten, die ja auch stetige Funktionen der Wurzeln sind. Lassen wir eines der a_n über alle Grenzen wachsen, so wird gleichfalls die Bandbreite unendlich. Demnach muss die Bandbreite als Funktion der a_n im Innern eines Gebietes des a_n -Raumes ein Minimum annehmen, das durch die Hurwitz-Bedingungen und etwa eine hinreichend grosse n -dimensionale Kugel abgegrenzt wird. Die zugehörigen Werte a_n kann man durch Nullsetzen der Ableitungen der Bandbreite nach den a_n bestimmen. Zunächst müssen wir also die Bandbreite als Funktion der a_n berechnen. Hierzu genügt es, die Integrale

$$(19) \quad I_{n,m} = \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{p^m}{\prod_{\nu=1}^{n+1} (p-p_{\nu})} \right|^2 d\omega \quad m \leq n$$

auszurechnen. Führen wir p als Integrationsvariable ein, so entsteht

$$(20) \quad I_{n,m} = (-1)^{m+1} j \int \frac{p^{2m}}{\prod_{\nu=1}^{n+1} (p^2 - p_{\nu}^2)} dp.$$

Nach dem Cauchy'schen Satz ist dieses Integral gleich dem $2\pi j$ -fachen der Summe der Residuen des Integranden in der linken p -Halbebene. Das Residuum bei der Nullstelle p_{ν} wird

$$(21) \quad c_{\nu} = \frac{p_{\nu}^{2m}}{2p_{\nu} \prod_{\substack{u=1 \\ u \neq \nu}}^{n+1} (p_{\nu}^2 - p_u^2)}$$

Das Integral ist also eine rationale Funktion der Wurzeln, und, da es bei Vertauschung der Wurzeln seinen Wert nicht ändert, auch eine rationale Funktion der a_n . Diese rationale Funktion der a_n müssen wir nun explizite hinschreiben. Wenn wir die sämtlichen Residuen auf einen gemeinsamen Hauptnenner bringen, so ergibt sich für ihn

$$(22) \quad N'_h = \prod_1^{n+1} p_\nu \prod_{\nu \neq \mu} (p_\nu^2 - p_\mu^2)$$

Dieser Nenner verschwindet, wenn zwei Nullstellen einander gleich werden. Da das Integral (16) keineswegs verschwindet, wenn zwei Nullstellen gleich werden, muss in diesem Fall auch der Zähler verschwinden, der beim Zusammenfassen der Residuen entsteht. Er ist also durch das Produkt aus den Wurzel-differenzen teilbar. Wir kürzen durch dieses Produkt und finden für den neuen Nenner

$$(23) \quad N_n = \prod_1^{n+1} p_\nu \prod_{\nu \neq \mu} (p_\nu + p_\mu)$$

Das Produkt der Wurzeln ist gleich dem absoluten Glied des Nenners von (16), also gleich 1, und das Produkt der Wurzelsummen, die sogenannte Geminante, ist gleich in unserem Spezialfall mit D übereinstimmt. Es bleibt uns jetzt noch, auch den Zähler als Funktion der a_n zu berechnen.

$$(24) \quad J_{n,m} = \prod (-)^m \frac{Z(a_1, \dots, a_m)}{N_h}$$

Für Z ergibt sich

$$(25) \quad \prod_{k < \lambda} (p_\lambda - p_k) \quad Z = \sum_{\nu} (-)^{\nu+1} p_\nu^{2m} \prod_{\substack{k < \lambda \\ k \neq \nu \neq \lambda}} (p_\lambda^2 - p_k^2) \prod_{\lambda \neq \nu \neq \lambda} p_\lambda$$

Wir behandeln zunächst den Fall $m = 0$. Bei der Ausrechnung des Produktes der Differenzen der Wurzelquadrate können offenbar nur Glieder übrigbleiben, bei denen sämtliche Exponenten verschieden sind, und zwar müssen sämtliche geraden Exponenten von 2 bis $2n-2$ wirklich vorkommen. Das typische Glied muss also lauten

$$p_a^{2n-2} \quad p_b^{2n-4} \quad \dots \quad p_q^2 \quad .$$

Wären nämlich 2 Indizes einander gleich, so würde dieser Term bei Vertauschung der beiden zugehörigen Wurzeln in sich übergehen, während die rechte Seite von (25) dabei ihr Vorzeichen ändert. Er müsste also verschwinden. Der höchste Exponent kann nicht $2n+2$, sondern wegen $k \neq \nu \neq \lambda$ nur $2n-2$ sein. Da der Grad insgesamt aber $n.(n-1)$ beträgt, müssen auch alle geraden Exponenten bis zum höchsten wirklich vorkommen. Das Produkt der Wurzeldifferenzen auf der linken Seite von (25) hat den Grad $(n+1)n/2$, während der höchste Exponent n ist.

Z selber ist also für $m=0$ vom Grad $n(n-1)-(n+1)n/2 + n = (n+1)(n-2)/2$ und der höchste Exponent wird $2n-2+1-n = n-1$.
Z ist also das Produkt von $n-1$ elementarsymmetrischen Funktionen. Man überzeugt sich, dass es gerade das Produkt

$$(26) \quad Z = \prod_{\nu=2}^n a_{\nu}$$

ist. Der Fall $m \neq 0$ lässt sich darauf zurückführen. Man muss sich nur vorstellen, dass, wenn in (19) m Wurzeln verschwinden, das Integral $I_{n-m,0}$ entsteht. Berücksichtigt man auch noch den höheren Grad des Zählers, die Tatsache, dass beim Verschwinden von m Wurzeln die elementarsymmetrischen Funktionen $a_0 \dots a_{m-1}$ verschwinden, und die Struktur der Hurwitz'schen Determinante, so ergibt sich allgemeiner

$$(27) \quad Z = \frac{\prod_{\nu=0}^n a_{\nu}}{a_m a_{m+1}}, \quad a_0 = a_{n+1} = 1$$

In den niedersten Fällen $n=0,1,2$ finden wir somit:

$$\begin{aligned} n=0 & \quad \int \frac{d\omega}{1+p^2} = \pi \\ n=1 & \quad \int \frac{d\omega}{|1+a_1 p+p^2|} = \pi \frac{1}{a_1} \\ & \quad \int \frac{p^2}{|1+a_1 p+p^2|} d\omega = \frac{\pi}{a_1} \end{aligned}$$

$$n = 2 \quad \left(\frac{d\omega}{|1+a_1p+a_2p^2+p^3|} \right)^2 = \frac{\pi a_2}{a_1 a_2 - 1}$$

$$\left(\frac{|p|^2}{|1+a_1p+a_2p^2+p^3|} \right)^2 d\omega = \frac{\pi}{a_1 a_2 - 1}$$

$$\left(\frac{|p^2|}{|1+a_1p+a_2p^2+p^3|} \right)^2 d\omega = \pi \frac{a_1}{a_1 a_2 - 1}$$

Aus diesen Integralen kann man nach (16) die Bandbreite zusammensetzen. Wir finden für

$$n = 1 \quad \Delta\omega = \pi$$

$$n = 2 \quad \Delta\omega = \pi \left(\frac{1}{a_1} + a_1 \right)$$

$$n = 3 \quad \Delta\omega = \pi \frac{a_1^2 - a_2 + a_2^2 a_1}{a_2 a_1 - 1}$$

Die a_n wollten wir so bestimmen, dass die Bandbreite zum Minimum wird. Durch Differenzieren der Bandbreite nach a_n und Nullsetzen der Ableitungen finden wir für die günstigsten Werte:

$$n = 2 \quad a_2 = 1; \Delta\omega = 2$$

$$n = 3 \quad a_1 = 1; \quad a_2 = 2; \Delta\omega = 3\pi$$

Für den Zusammenhang zwischen der Bandbreite und

der ersten nichtverschwindenden Ableitung von h ergibt sich damit

$$n = 0 \quad h' \Delta \omega = - \mathcal{T}$$

$$n = 1 \quad h'' \Delta \omega^2 = - 4 \mathcal{T}$$

$$n = 2 \quad h''' \Delta \omega^3 = - 18 \mathcal{T}$$

für die günstigste Frequenzabhängigkeit von h erhalten wir

$$n = 0 \quad h = \frac{1}{1+p}$$

$$n = 1 \quad h = \frac{1+p}{1+p+p^2}$$

$$n = 2 \quad h = \frac{1+p+2p^2}{1+p+2p^2+p^3}$$

Als Funktion der Frequenz ω sind Realteil und Imaginärteil von h in Abb. 13 dargestellt. Wir erkennen die schon erwähnten Eigenschaften; wenn die erste Ableitung verschwindet, hat der Realteil bei der Frequenz 0 ein relatives Minimum, um erst bei höheren Frequenzen endgültig gegen 0 zu gehen. Je grösser n ist, d.h. je mehr Ableitungen von h verschwinden, desto steiler erfolgt der Anstieg von h im Durchlassbereich, umso kleiner ist die Dämpfung wenigstens einiger Eigenschwingungen, wenn sie auch immer noch positiv ist. Wir sind also aus Stabilitätsgründen gezwungen, uns mit dem Verschwinden weniger Ableitungen von h zu begnügen. Der Anblick der graphischen Darstellung zeigt, dass es sich kaum lohnen dürfte, über $n=2$ hinauszugehen.

Die Diskussion der dabei erreichten Herabsetzung der Fehler wird zeigen, dass, selbst wenn man die Stabilitätsfragen beherrschen könnte, beim Übergang zu $n > 2$ sowieso keine wesentlichen Verbesserungen mehr zu erwarten sind. Wie man mit rein elektrischen Mitteln die oben angegebenen Frequenzgänge erreichen könnte, ist im Cauer'schen Buch ausführlich auseinandergesetzt. Da der Realteil von h , wie die graphische Darstellung ergibt, immer positiv ist, ist h eine positive Funktion und sogar schon als Zweipol realisierbar. Die zugehörigen Schaltungen sind in Abb. 14 dargestellt.

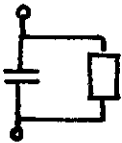
5.) Die bei günstigsten Frequenzkurven zulässigen Bandbreiten.

Das interessanteste Resultat liefert nun die Ausrechnung der Bandbreiten, die man bei vorgegebenem Ortsfehler Δ_x zulassen darf. Für die Zielbewegung legen wir die besonders ungünstigen Verhältnisse bei Abwehrbewegungen zugrunde, für die sich die geringsten Verbesserungen ergeben. Für den zulässigen Ortsfehler setzen wir an $\Delta_x = 10 \text{ m}$. Dann finden wir

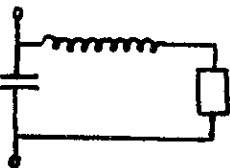
$$\begin{aligned} n = 0 \quad \Delta_x &\sim \sqrt{\frac{v}{\Delta \omega}} \quad \Delta \omega \sqrt{\frac{v}{\Delta_x}} = 31 \\ n = 1 \quad \Delta_x &\sim \frac{2\sqrt{b}}{\Delta \omega^2} \quad \Delta \omega \sqrt{\frac{2\sqrt{b}}{\Delta_x}} = 3,5 \\ n = 2 \quad \Delta_x &\sim \frac{3\sqrt{\ddot{x}}}{\Delta \omega^3} \quad \Delta \omega \sqrt[3]{\frac{3\sqrt{\ddot{x}}}{\Delta_x}} = 1,8 \end{aligned}$$

Der Vorteil beim Übergang zu den komplizierteren

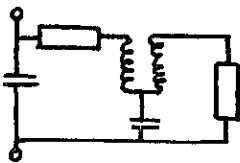
Frequenzkurven ist also umso grösser, je stetiger die Flugzeugbewegung erfolgt und je grösser der zulässige Ortsfehler ist. Um sich die Bedeutung der Zahlenwerte in der rechten Spalte klarzumachen, braucht man sich nur zu erinnern, dass die relative Schwankung der Ausgangswerte bei statistischen Fehlerursachen, also innerem Störpegel der Empfänger oder Rückstrahlungsfading der Wurzel aus der Bandbreite umgekehrt proportional ist. Die Zahlenwerte zeigen, dass der Übergang zu komplizierteren Anordnungen als $n = 2$ sich nicht mehr recht lohnen dürfte.



$n = 0$



$n = 1$



$n = 2$

Abb.14: Schaltungen, mit denen sich in den niedersten auf S. 14 unten angegebenen Fällen die günstigsten Frequenzabhängigkeiten realisieren lassen. Der Zweipolwiderstand dieser Schaltungen hat die verlangte Frequenzabhängigkeit, wenn die Schaltelemente passend dimensioniert sind. Die Schaltungen sind nur zur Illustration der Realisierbarkeit angegeben; da es sich um den Ausgang von Funkmess-Geräten und damit um die Übertragung tiefster Frequenzen handelt, wird man in der Praxis die entscheidende Frequenzabhängigkeit wenigstens teilweise in die Mechanik legen.

III. Die neuesten Ergebnisse von der Flugerprobung
mit der Anlage "Rotterdam" - "Wiesbaden".
(Dr. Goos, E-Stelle d. Lw. Werneuchen).

Der vorliegende Vortrag wurde der Arbeitsgemeinschaft
eingereicht.

Die im Vergleich zur Nachbauanlage "Rotterdam"
höhere Empfindlichkeit der "Wiesbaden"-Anlage gestattet
in grösseren Höhen Versuchsflüge durchzuführen. Beim
Nachbaugerät traten schon in 1 500 m Flughöhe die
Nullstellen stark störend in Erscheinung, ausserdem war
die Reichweite so gering, dass fast durchweg nur mit dem
navigationsmässig uninteressanten Nahbereich (Radius 16 km)
gearbeitet werden konnte. Es wurden zwar umfangreiche
Erfahrungen über die Abbildung der verschiedensten
Objekte und Bodenformen gesammelt, jedoch interessierten
bei der militärischen Verwendung des Gerätes vor allem
navigatorische Fragen, Zielerkennung, Möglichkeit und
Genauigkeit des Anflugs und gezielten Bombenwurfs. Deshalb
sind die gezeigten Aufnahmen fast durchweg in dem vom
Gegner auch bevorzugt benutzten Mittel- und Fernbereich
(Radius 45 bzw. 100 km) gemacht.

Aus den in grosser Zahl vorliegenden Reihen-
aufnahmen sind jeweils charakteristische Phasen eines
Anflugs gezeigt, bzw. bildmässig besonders hervorstechende
Einzelheiten dargestellt. Die Wiedergabe entspricht dem
Bildeindruck auf dem Schirm, der mitunter noch deutlicher
ist, wobei berücksichtigt werden muss, dass immer nur ein
Bildzustand gezeigt werden kann, während das Gerät durch
geeignete Empfindlichkeitsregelung gestattet, Einzelheiten
genauer herauszuarbeiten.

A. Standortbestimmung und Ablaufpunkt Abb. 15

Aus der anzumessenden Lage der Städte Rostock (296° zur Flugrichtung, 31 km) und Stralsund (77° zur Flugrichtung, 42 km) kann der Standort 5 km südwestlich Sülze unmittelbar bestimmt werden. Der anliegende Kurs von 332° (Flugrichtung entgegengesetzt dem weissen Strich) und der eingestellte Entfernungskreis von 25 km schneiden sich in dem anzufliegenden Ziel am Saller Bodden. Die Stadt Rostock hebt sich flächenartig ausgedehnt am Rande des ausgeleuchteten Bereichs von rund 30 km ab. Das weiter entfernte Stralsund in 42 km zeichnet sich nur durch einen Kreisbogen ab, der aber auf dem Schirm des Braunschen Rohres eindeutig anzumessen ist. Die Umrisse des Saaler Bodden und die Küstenlinie der Ostsee heben sich im Bild deutlicher ab als auf der Photographie.

Dieser Standort könnte als erster Abflugpunkt für einen angenommenen Anflug gelten. Im optischen Bombenzielgerät wird der aus Höhe und gemessener Schrägentfernung zu ermittelnde Blickwinkel zum Ziel sowie die ebenfalls mit "Wiesbaden" bestimmte Grundgeschwindigkeit und Abtrift eingestellt. Das Gerät läuft nun automatisch weiter und kann bei zeitweiliger Sicht optisch nachgestellt werden oder bei völliger Bedeckung oder Dunkelheit mit einer zweiten Entfernungseinstellung erforderlichenfalls korrigiert werden.

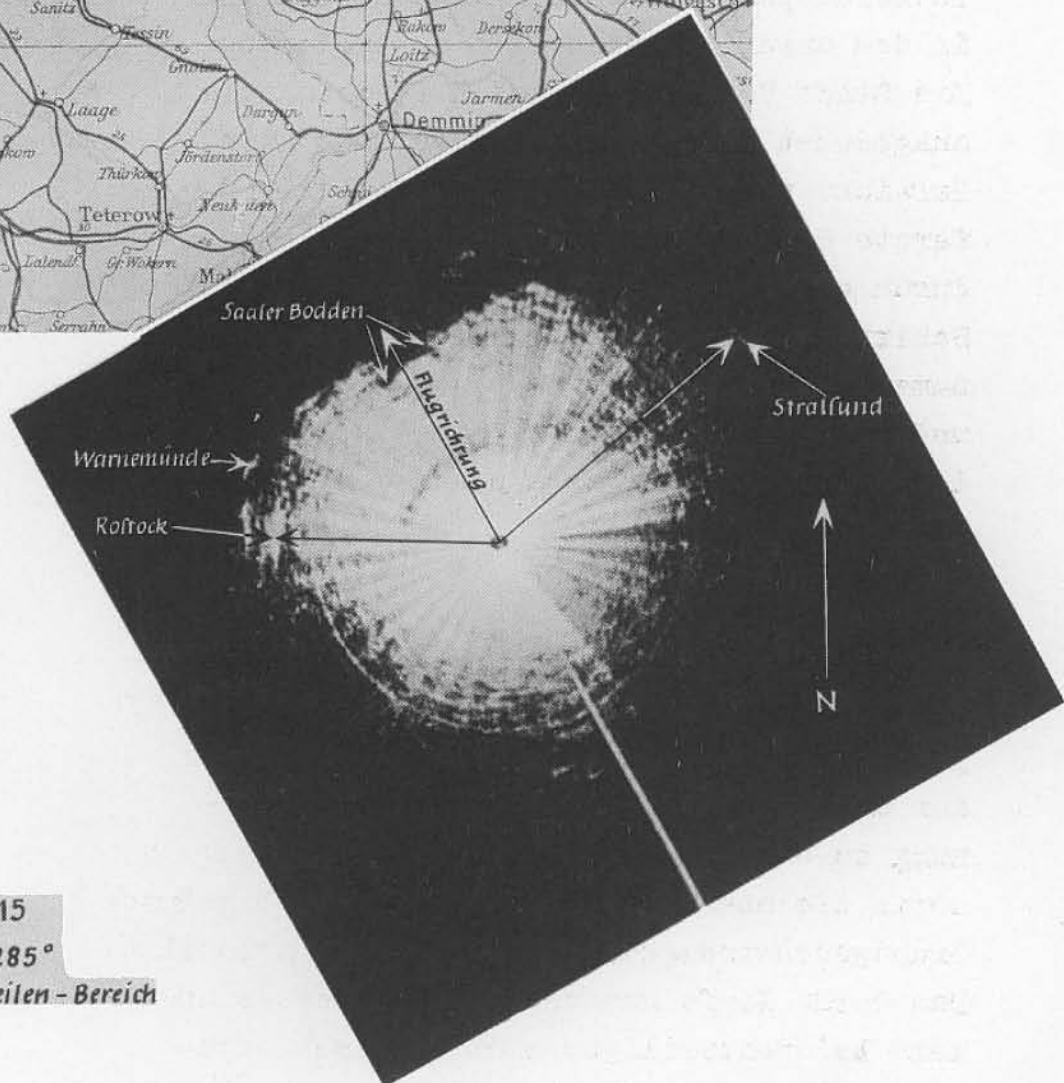
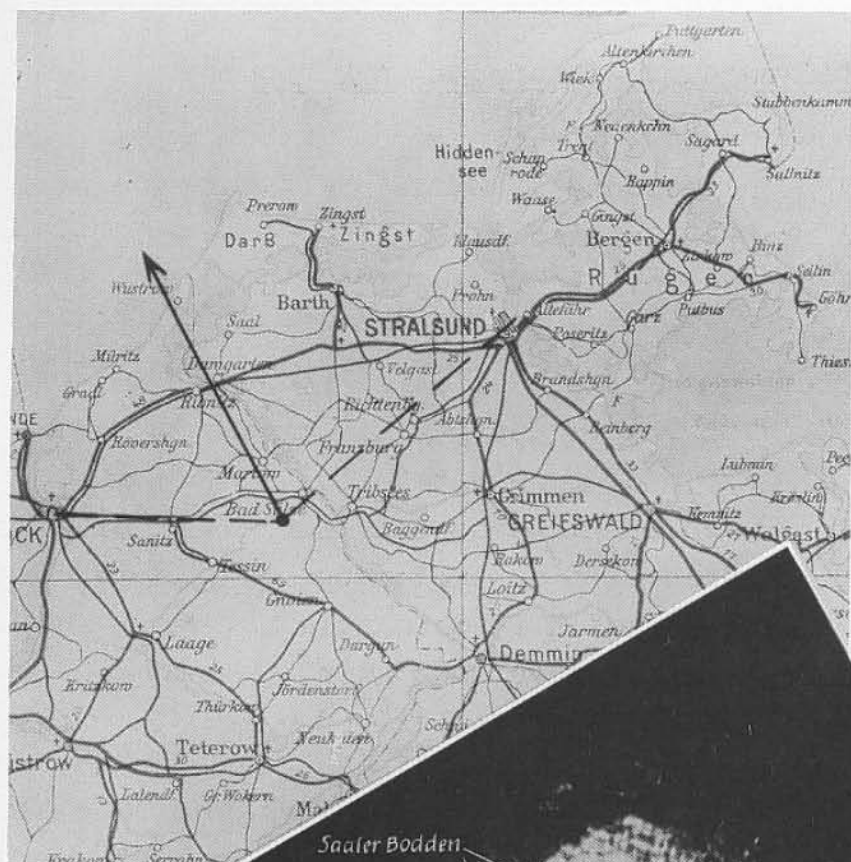


Abb. 15

Kurs 285°

30-Meilen-Bereich

STANDORTBESTIMMUNG

Flughöhe 4000 m

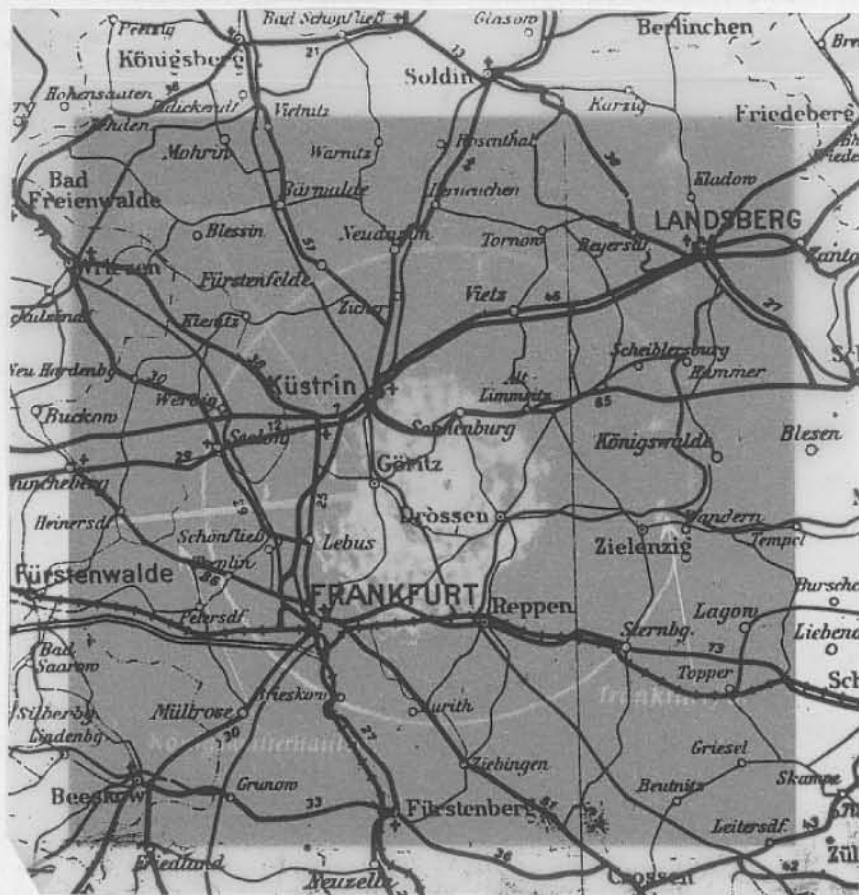


Abb.16 Frankfurt/O. 12° voraus / 25 km Entfernung / 30-Meilen-Bereich

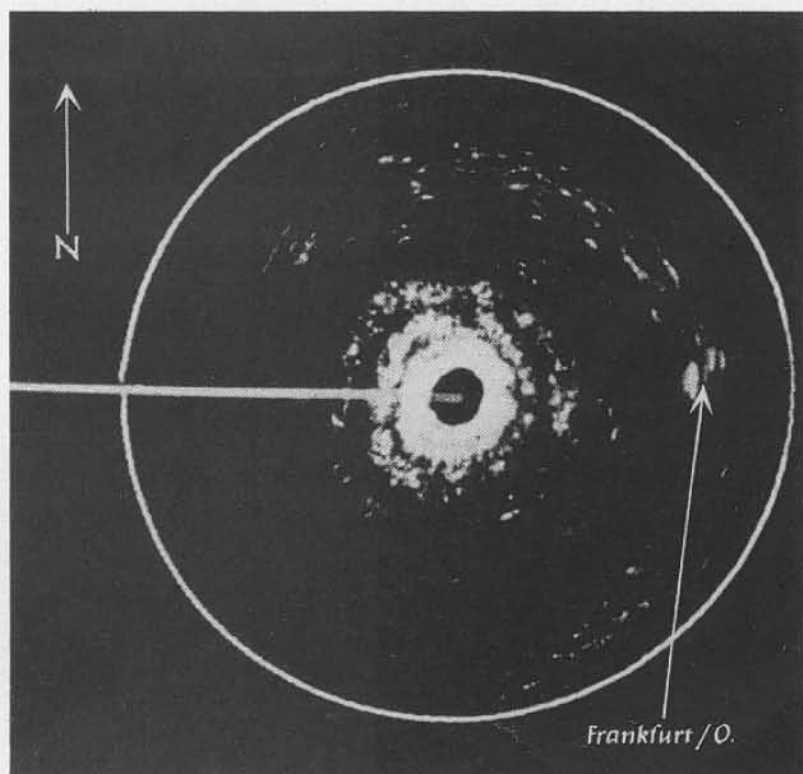


Abb.17

Frankfurt/O.
7° links / 8 km Entfernung
10-Meilen-Bereich

ANFLUG AUF FRANKFURT / O.
Flughöhe 4000m

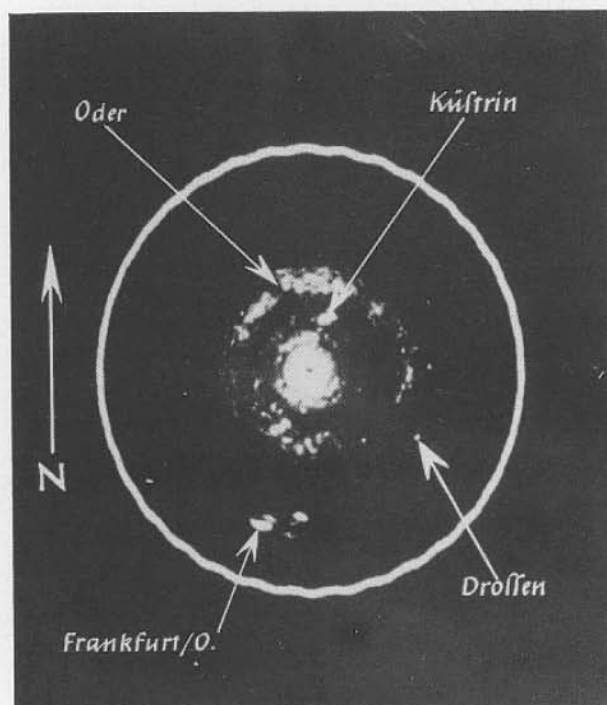


Abb.18

ANFLUG VON KÜSTRIN

*Flughöhe 4000 m / 30-Meilen-Bereich
Empfindlichkeit stark verringert.*

VOR KÜSTRIN

Volle Empfindlichkeit
Flughöhe 4000m

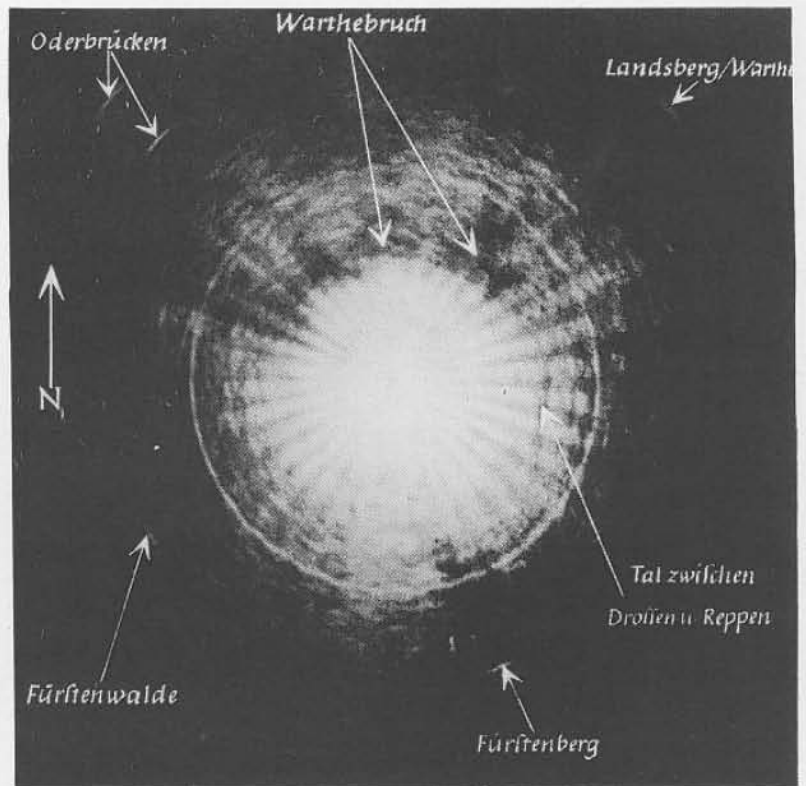
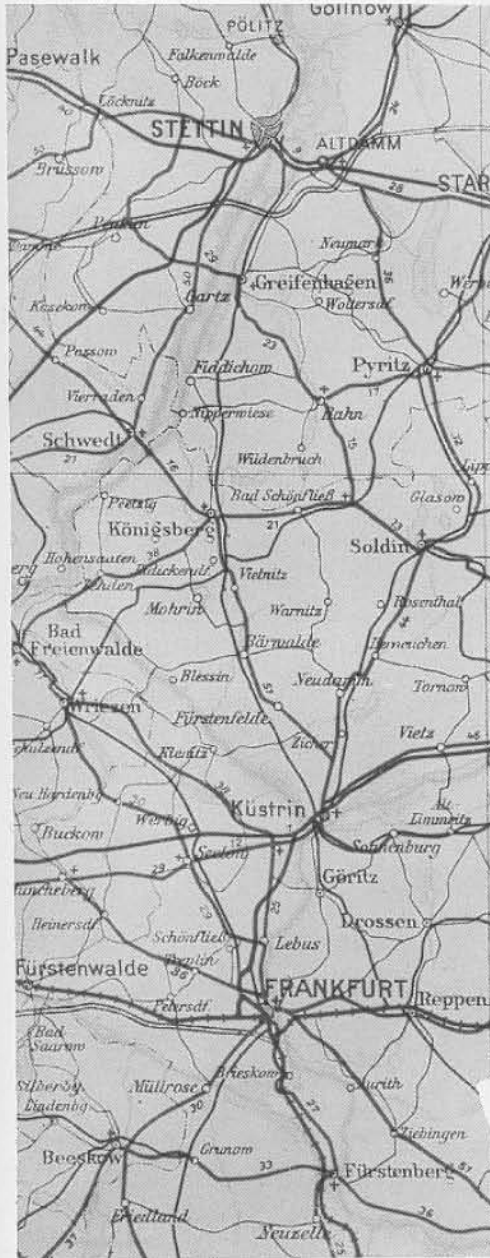


Abb.19

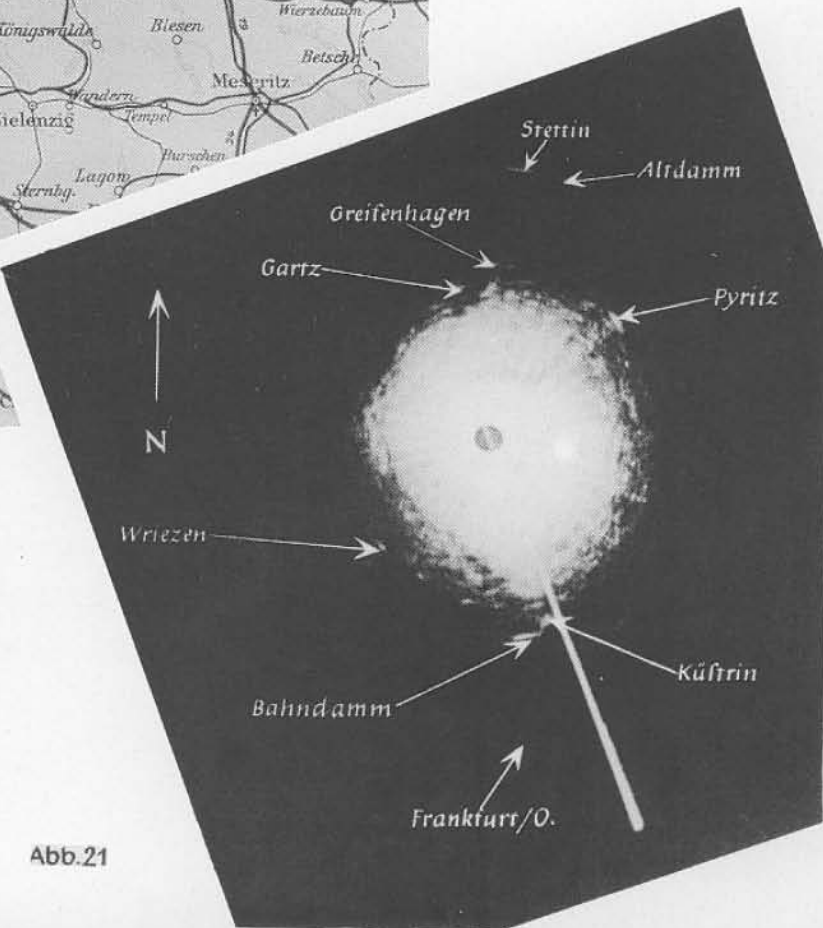


Abb.21

DIE ODER ZWISCHEN KÜSTRIN U.GREIFENHAGEN

Strandort bei Königsberg/Neum.
Flughöhe 3000m / 60 Meilen-Bereich
Stettin in 55 km / Frankfurt/O. —
Stettin 120 km

Nach Erreichen des Vorhaltewinkels werden die Bomben selbsttätig ausgelöst. Das Ziel braucht demnach bis zum Bombenwurf nicht mehr verfolgt werden, es fallen damit die Schwierigkeiten der Zielerkennung nahe dem Bildmittelpunkt infolge Bildverzerrungen und Nullstellen weg.

Abb. 16

Anflug auf Frankfurt/Oder, Standort 1, Frankfurt liegt 12° rechts in 26 km, aufgenommen im 30 Meilen-Bereich in 4 000 m Flughöhe. Fürstenwalde ist noch in 190° im ausgeleuchteten Bereich als heller Klecks erkennbar, in 37 km erscheint gerade noch Königswusterhausen in 174° .

Abb. 17

Standort 2: Umgeschaltet auf 10 Meil.-Bereich, 8 km vor Frankfurt/Oder, nach Kurswechsel erscheint das Stadtgebiet 7° links voraus.

Abb. 18 u. 19

7 km vor Küstrin. 30 Meilen-Bereich. 4 000 m Flughöhe. Die Gegenüberstellung beider Aufnahmen vom selben Standort soll zeigen, wie durch Bedienung der Empfindlichkeit des Geräts entweder Einzelheiten herausgearbeitet werden können, oder Reichweite einzustellen ist. In Bild 18 erkennt man Küstrin voraus, Frankfurt/Oder im Abflug. Ausserdem deutet sich die ringförmige Nullstelle an, deren Umrandung an einer Stelle

durch die Oderniederung nordwestlich Küstrin durchbrochen ist.

In Bild 19 verschwinden beide Städte vollkommen in dem ausgeleuchteten ("übersteuerten") mittleren Bereich.

In dieser Zone erkennt man schwach angedeutet die Oder nördlich Fürstenberg und nordwestlicher Küstrin, ebenso die Wartheniederung bis Landsberg. Rechts vom Standort hebt sich noch das Tal zwischen Drossen und Reppen als dunkle Linie ab. Die Nullstelle lässt sich wegen genügender Empfindlichkeitsreserve vollständig zum Verschwinden bringen.

Bemerkenswert sind die beiden Oderbrücken nordöstlich Freienwalde und Wriezen, welche auf zahlreichen Bildern auch in dieser Höhe eindeutig zuordenbar regelmässig erscheinen, die Entfernung beträgt 50 km. Als Fernziele erscheinen noch Landsberg (45 km), Fürstenberg (43 km) und Fürstenwalde (43 km). Der ausgeleuchtete Bereich beträgt 35 - 40 km.

B. Reichweite

Abb. 20

Die Aufnahme soll besonders die Reichweite gegenüber Fernzielen deutlich machen. Das 85 km entfernte Stralsund erscheint als Kreisbogen am Rande des Bildes im 60 Meilen-Bereich. Die Aufnahme ist in 4 000 m Flughöhe gemacht. Das Ziel ist einwandfrei anmessbar.

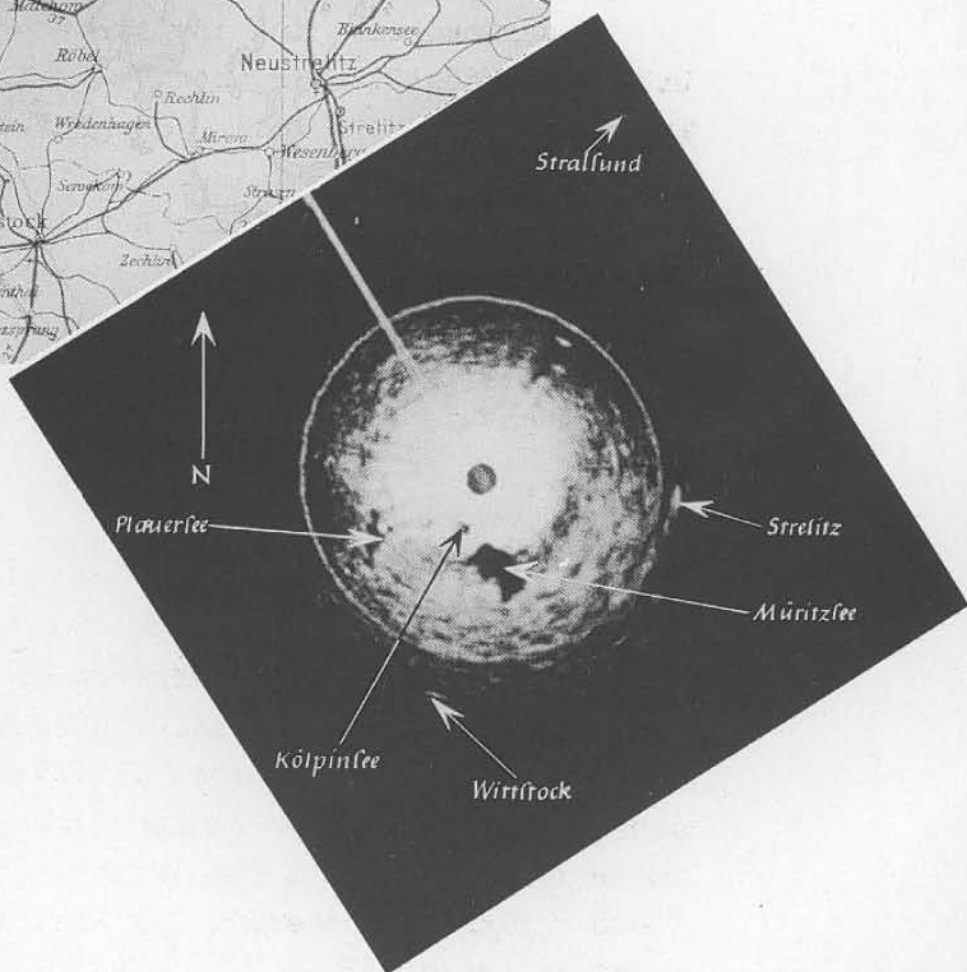
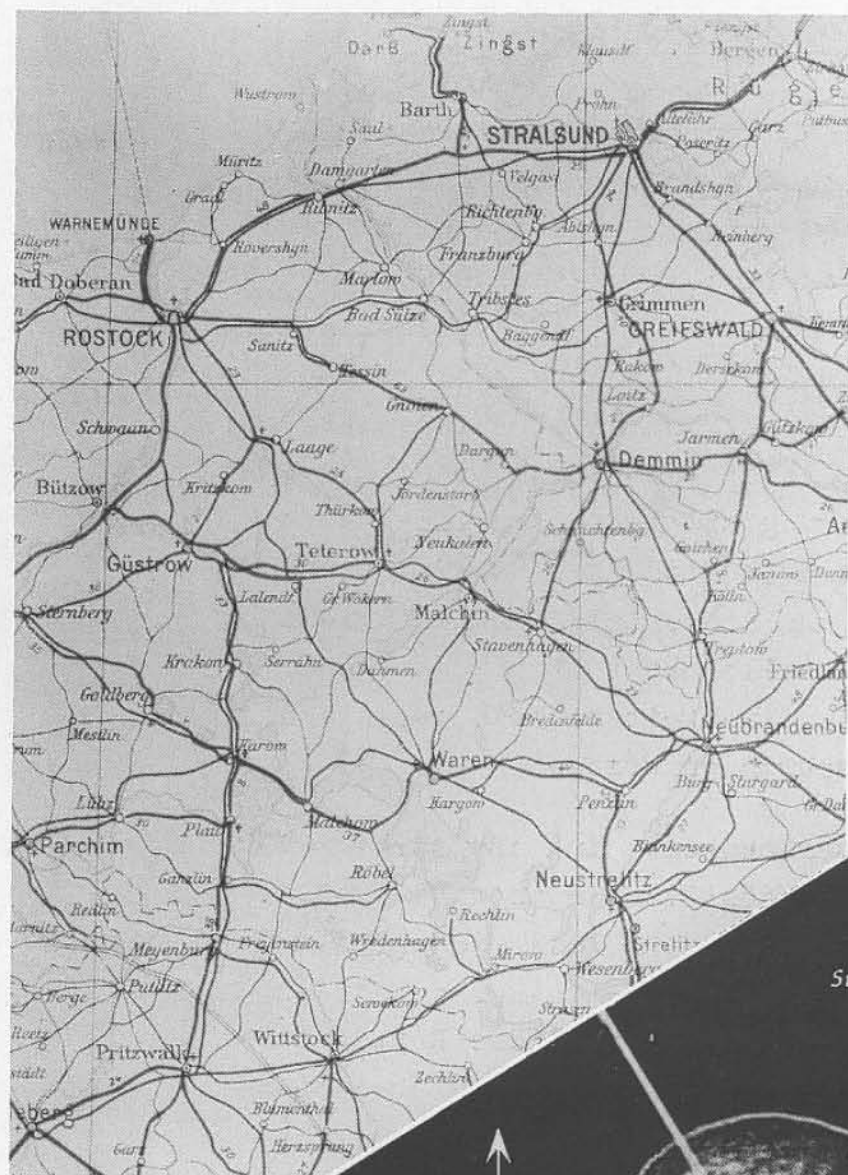


Abb. 20
Flughöhe 4000 m
Kurs 150°
60-Meilen-Bereich

MÜRITZSEE

Stralsund in 85 km Entfernung.- Wittstock-Stralsund=130 km

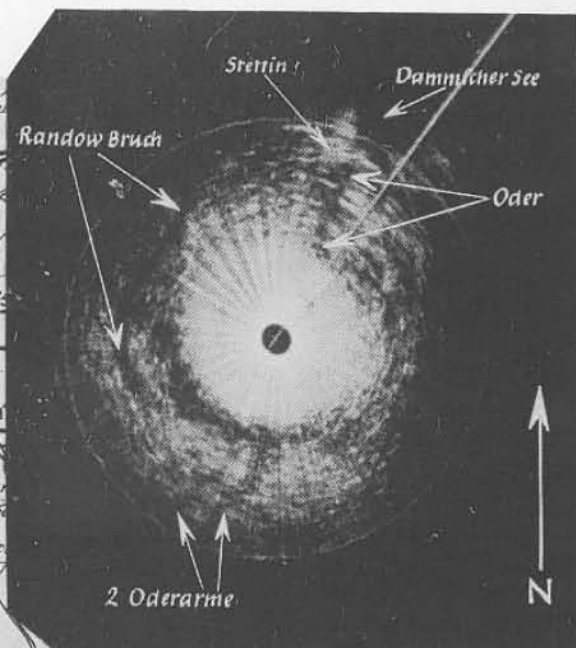
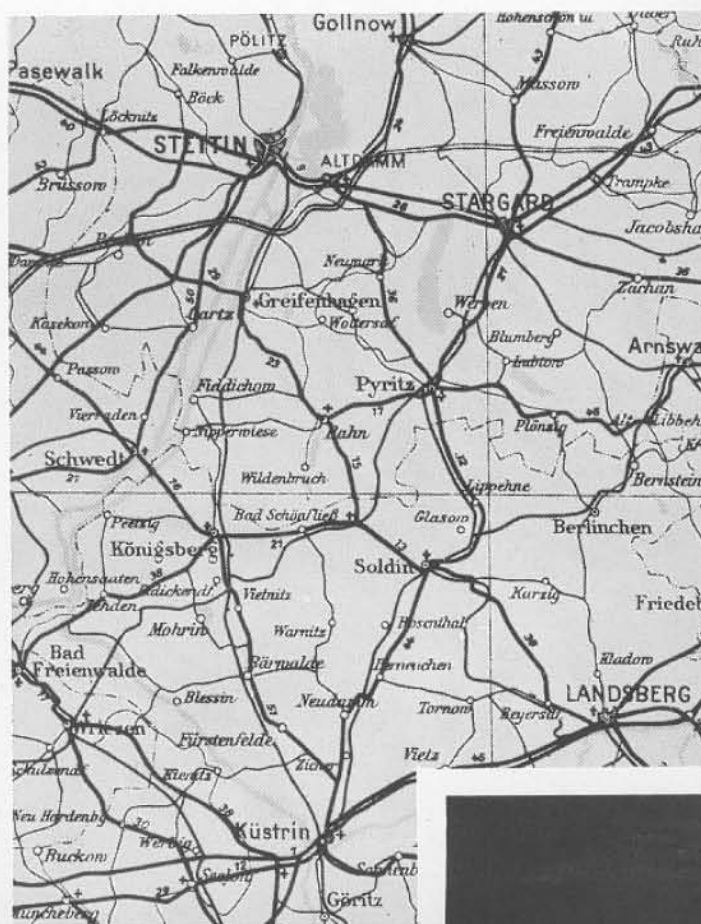


Abb.22
Standort bei Gartz/Oder
Kurs 225°
Empfindlichkeit verring.

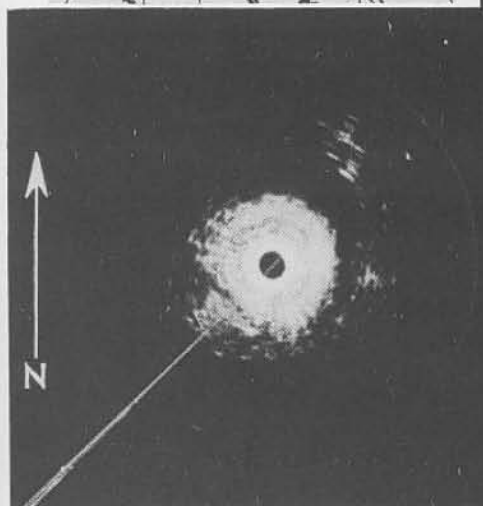


Abb.23

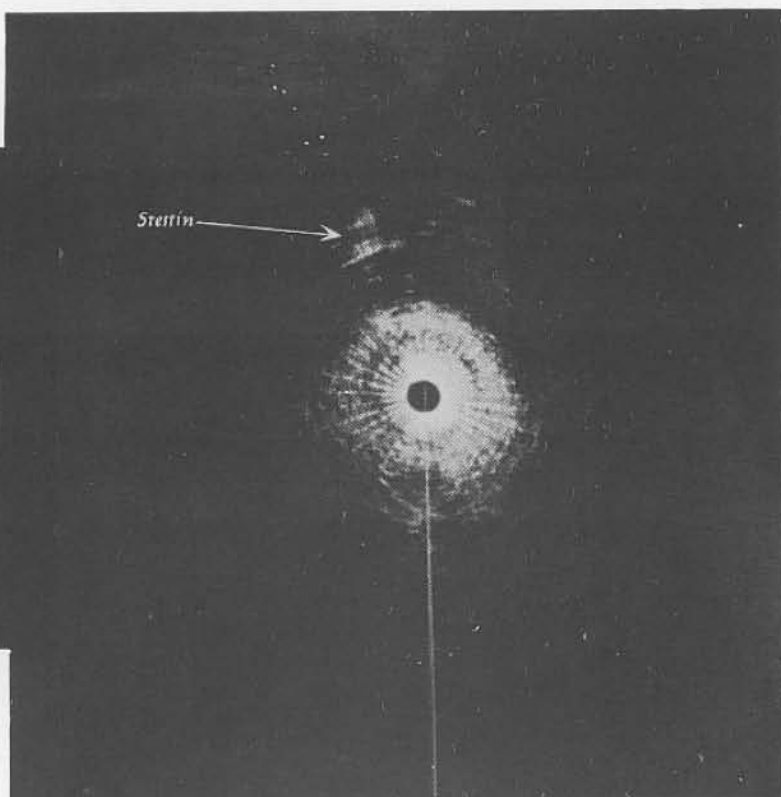


Abb. 24
Empfindlichkeit verringert

ANFLUG AUF STETTIN

Stettin 15° links in 25 km Entfernung (bis Stadtmittle)

Flughöhe 3000m / 20-Meilen-Bereich

Sonst erscheint noch Neubrandenburg (42 km). Wittstock (48 km). Die Entfernung Wittstock - Stralsund bet rägt 135 km. Müritzersee und Plauersee bilden sich etwas überstrahlt im ausgeleuchteten Bereich ab.

Abb. 21 Fernbereich (60 Meilen), 3 000 m Höhe

Dieses Bild umfasst als Fernziele Frankfurt/Oder (in der Kopie undeutlich zu sehen) in 67 km und Stettin mit Altdamm in 55 km als breiten Zielbogen. Von Küstrin (45 km) ist ausser dem Stadtkern noch der nach Westen auslaufende Stadtteil erkennbar. Selten gut ist der Verlauf der Oder von Küstrin bis Greifenhagen mit allen Feinheiten abgebildet. Eine Orientierung ist dem Geübten auch im Fluge mühelos möglich.

C. Abbildung grösserer Städte

Für Anflüge auf Städte und Bombenwurf ist von Interesse, wieweit Umrisse erkennbar sind und bestimmte Stadtteile angefliegen werden können. Am Beispiel von Stettin soll gezeigt werden, wieweit dies möglich ist. Stettin als Fernziel war im Bild 21 gezeigt, beim Näherkommen nimmt die Abbildung der Stadt deren Umrisse an.

Abb. 22

Stettin aus 3 000 m im 20 Meilen-Bereich bei mittlerer Empfindlichkeit. Links von der Richtungsmarke der Dammsche See und

angrenzend erkennt man die Umrisse des Stadtgebietes. Davon ausgehend zieht die Oder gegen die Bildmitte, um ausserhalb des überstrahlten Bereichs sich in zwei Armen bei Schwedt fortzusetzen. Von Schwedt aus schwingt sich S-förmig das Tal der Welse (der Randowbruch) nach Norden, deutlich im Bild abgehoben bietet es ein gutes Orientierungshilfsmittel. Für das Zeichnen von Rotterdammavigationskarten müssen auch solche Geländeformationen berücksichtigt werden. Zur Beurteilung des Auflösungsvermögens der Anlage sind die beiden Oderarme charakteristisch, die getrennt zu erkennen sind, d.h. es werden tatsächlich die Flussläufe abgebildet (dunkel auf hellem Grund). Die Breite der Oderarme beträgt rund 200 m.

Abb. 23 und 24

Bei ungefähr gleichem Standort wie in Bild 22 ist durch Verringern der Empfindlichkeit die Reflexion des Stadtgebietes aus der Umgebung hervorgehoben, sodass nun Stettin klar voraus liegt. Es ist nach diesen Bildern unmittelbar einzusehen, dass es möglich ist, bestimmte Stadtgebiete zum Zielflug mit Hilfe des Bombenzielgerätes herauszugreifen.

Ein Vergleich mit einer amerikanischen Originalaufnahme mit dem "Meddo"-Rundsuchgerät auf 3 cm Wellenlänge von der Stadt Magdeburg (Bild 25) soll darlegen, wie auch mit der 9 cm-Technik bei richtiger

VERGLEICHS-BILD

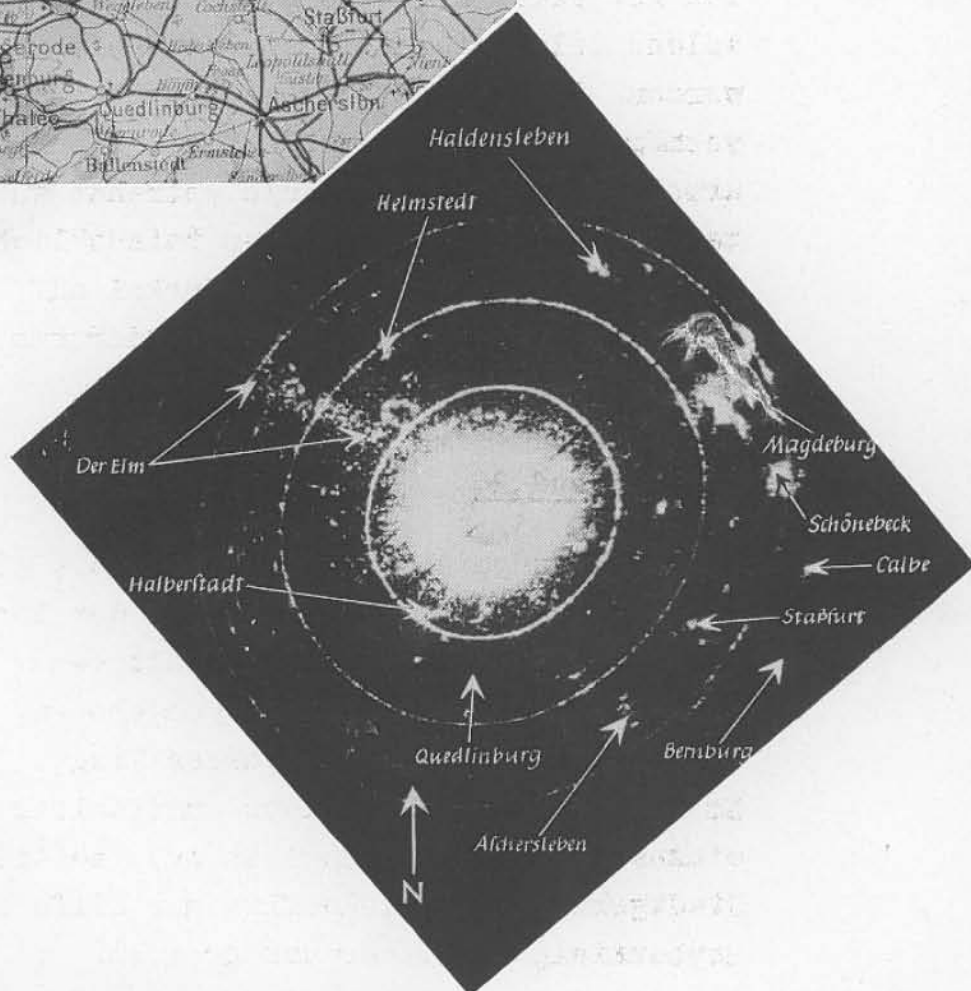
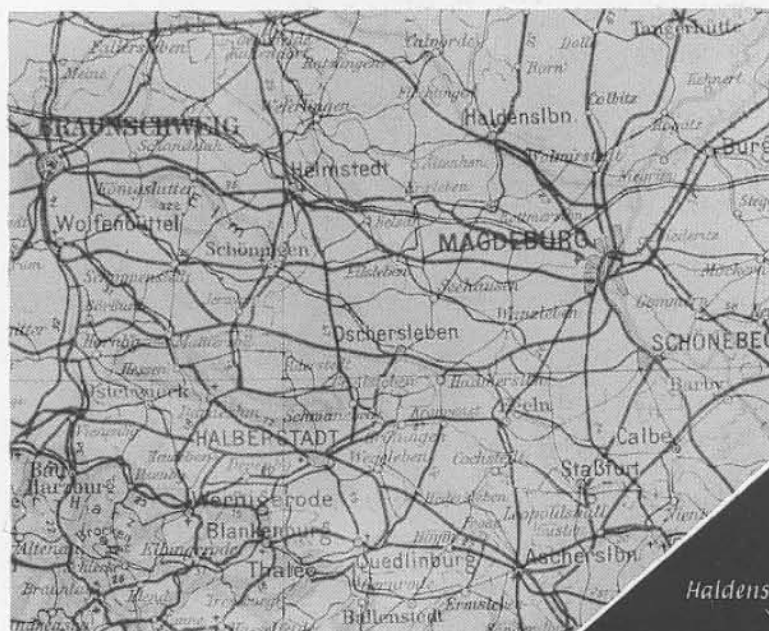


Abb. 25
Flughöhe 6000 m
20-Meilen-Bereich

Die Unterschrift des Bildes:

SAT 482-1-15 11-1-44 20 000 056 TC
20 S 52-02 N / 11-12 E MAGDEBURG

AMERIKANISCHES BEUTEBILD
MAGDEBURG
aufgenommen mit Gerät „Meddo“

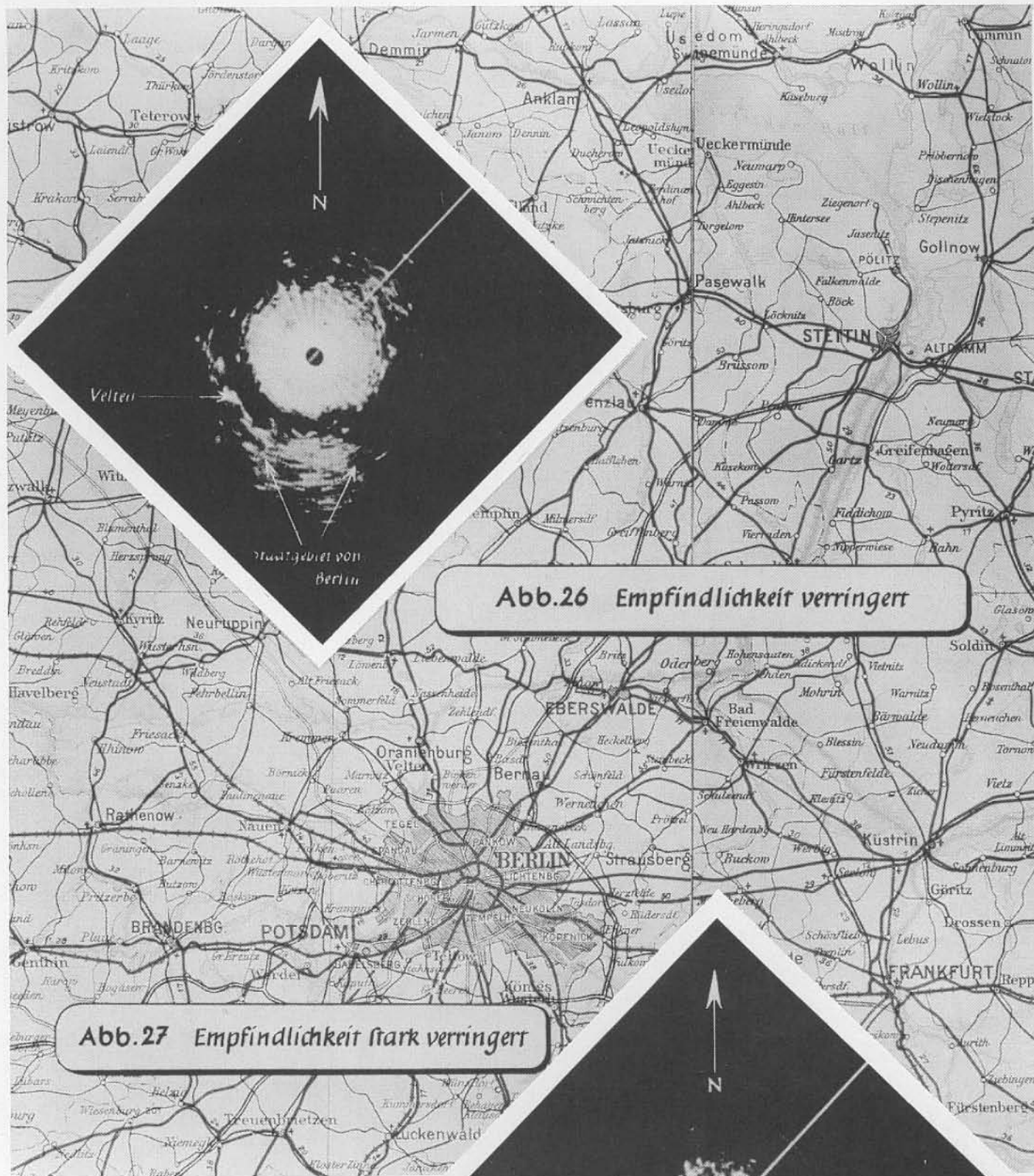


Abb.26 Empfindlichkeit verringert

Abb.27 Empfindlichkeit stark verringert

ANFLUG AUF BERLIN

Flughöhe 3000 m
30-Meilen-Bereich
Kurs 225°

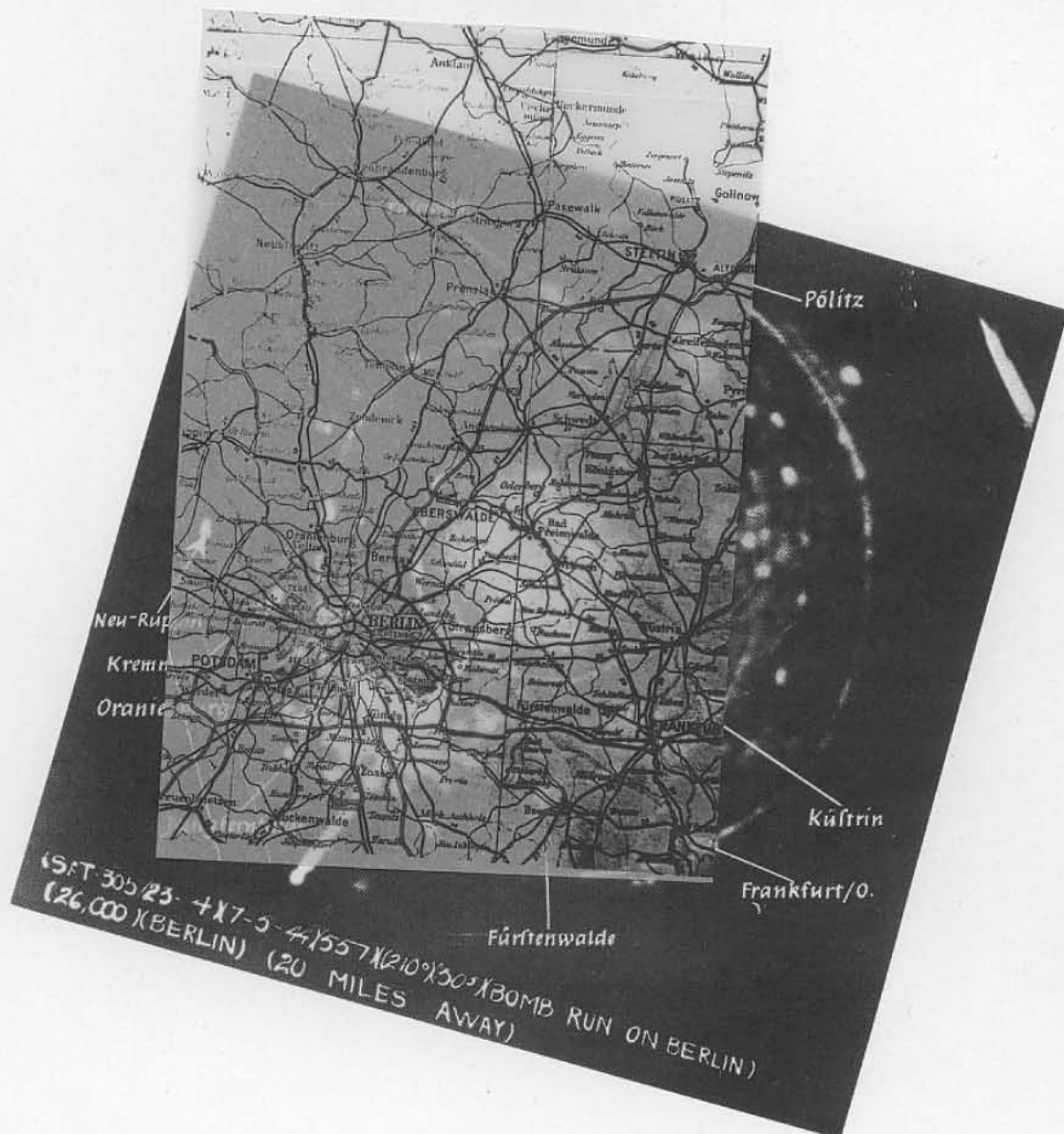


Abb.28

BEUTEBILD
 aufgenommen mit Gerät „Meddo“
ANFLUG AUF BERLIN
 Flughöhe 7800m; 50-Meilen-Bereich

Abb. 30
Über Bln-Ostkreuz

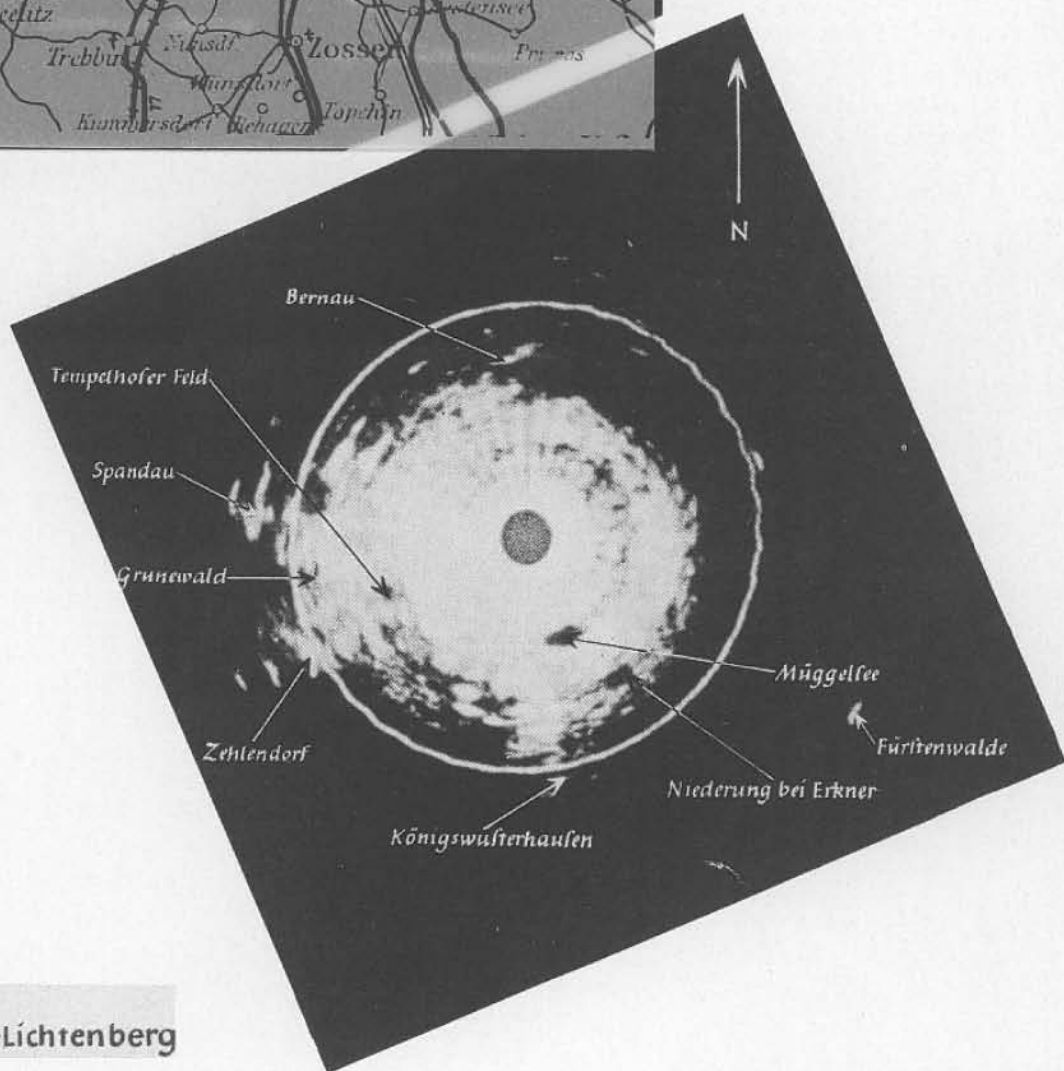
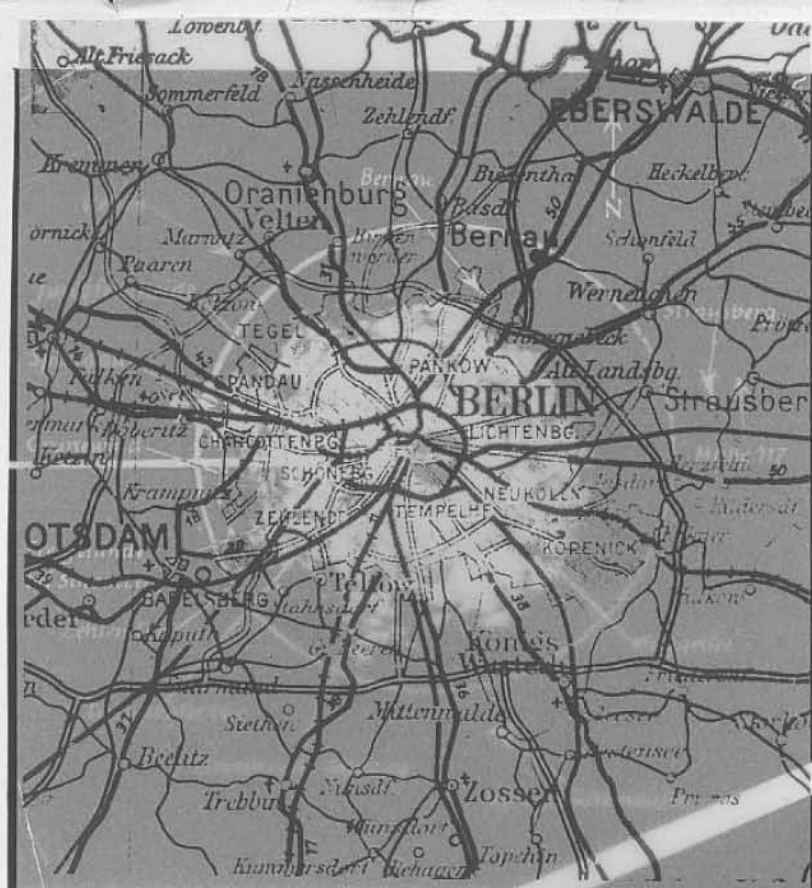


Abb. 29
Über Bln-Lichtenberg

FLUG ÜBER BERLIN

Flughöhe 4000 m / 30-Meilen-Bereich

Bedienung es schon gut möglich ist, Umrisse von Städten herauszuarbeiten. Selbstverständlich sind infolge der besseren Auflösung des "Meddo"-Geräts (sowohl radial wegen Impulsverkleinerung als tangential wegen Wellenlängenverkürzung) die Konturen deutlicher; dennoch ist die Art der Abbild. durchaus ähnlich.

Abb. 26 bis 28

Ein ähnlicher Vergleich der Abbildung von Berlin im "Rotterdam"-Gerät aus 3 000 m Höhe im 30 Meilen-Bereich in zwei verschiedenen Empfindlichkeitsstellungen mit "Meddo" in 7 500 m im 50 Meilen (Seemeilen)-Bereich. Die Lage des Stadtgebietes und der Vororte ist im "Rotterdam"-Gerät klar auszumachen. Bei weiterer Annäherung werden die Umrisse deutlicher und es lassen sich Einzelheiten erkennen. Dies beweisen die beiden folgenden Aufnahmen.

Abb. 29 und 30

Das Flugzeug befindet sich über Lichtenberg in 4 000 m Höhe. Charakteristisch sind die nach Westen auslaufenden Stadtteile von Charlottenburg-Spandau und Zehlendorf. Dadurch hebt sich der ins Stadtgebiet einspringende Grunewald deutlich ab. Aus Gefangenenaussagen geht hervor, dass der Gegner den Grunewald zur Orientierung gern benutzt. Sehr gute Zielflächen im Stadtgebiet sind die Jungfernheide, das Tempelhoferfeld und der (getarnte !) Müggelsee, der sich bei geeigneter Einstellung als dunkler Fleck abhebt.

Ferner lassen sich noch Königswusterhausen, Strausberg, Fürstenwalde und Bernau erkennen.

D. Tarnung mit Tripelspiegeln.

Während die Tarnung der Berliner Havelseen für 9 cm ausreichend ist, gelang es nicht, den Müggelsee im Bild völlig zum Verschwinden zu bringen. Das beweist schon Bild 29. Umfangreiche Versuche mit Tripelspiegeln wurden am Müggelsee durchgeführt. Der See wurde in 2 Teilen mit verschiedenen Spiegeln belegt, die durch einen rund 1 km breiten freien von Nord nach Süd verlaufenden Streifen getrennt sind. Über die Auswirkung der Tarnkörper geben die folgenden Bilder Aufschluss:

Abb. 31

Bei mittlerem Verstärkungsgrad verschwimmt die Reflexion der Tarnkörper mit der Umgebung, nur der ungetarnte Streifen deutet die Lage des Sees an. Die Aufnahme wurde in 1 000 m im 10 Meilen-Bereich gemacht.

Abb. 32

Bei zurückgedrehter Empfindlichkeit erscheint der See dagegen in fast seinen gesamten Umrissen. Nur Teile der Spiegel unmittelbar an dem freien Streifen angrenzend reflektieren. Der ebenfalls getarnte Lange-See und der Seddin-See bilden sich in ihren charakteristischen Gabelungen ab.

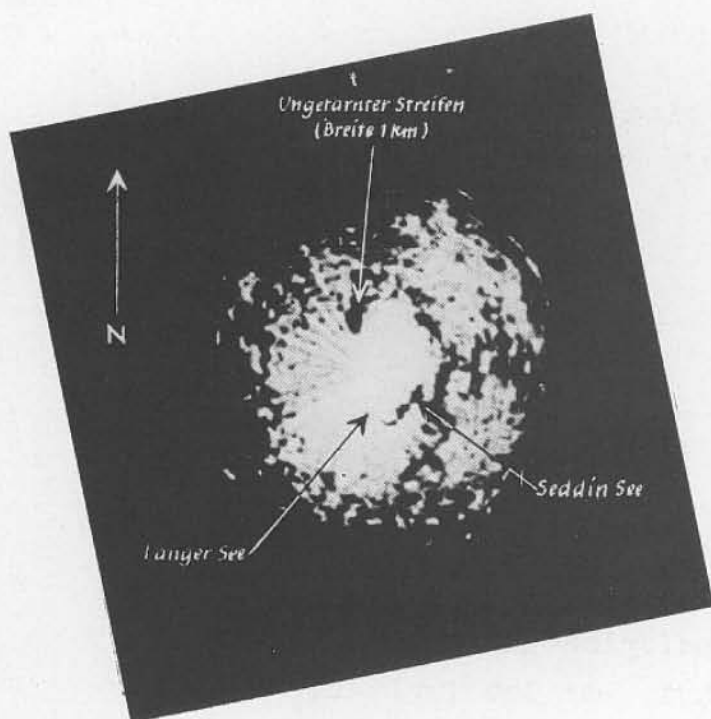


Abb. 31
Empfindlichkeit
verringert
Kurs 250°

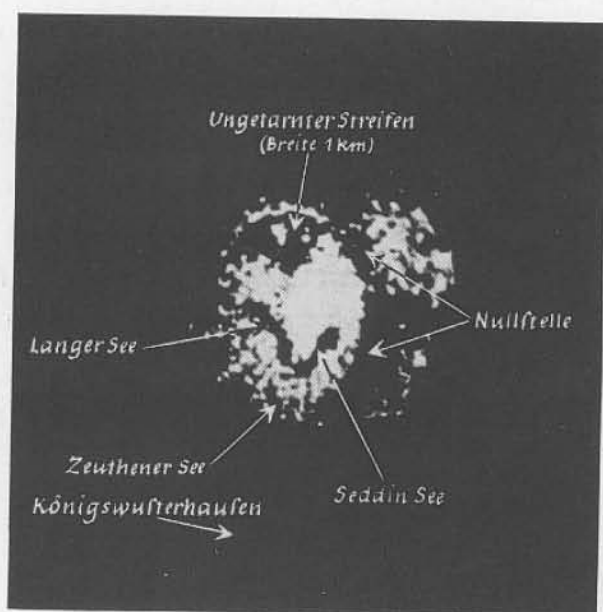


Abb. 32
Empfindlichkeit
stark verringert

MÜGGELSEE

Flughöhe 1000 m / 10-Meilen-Bereich

Die Reflexion der Körper reicht offensichtlich nicht aus, um das Reflexionsvermögen der Umgebung zu erreichen.

Abb. 33 u. 34

Auch in 3 000 und 2 000 m gelingt es, die dunkle Fläche des Sees herauszuarbeiten, so dass die Tarnung unwirksam wird. Für 4 000 m beweist dieses Bild 29.

Aus Bodenversuchen, die bei Telefonen von Dr. Reosenstein und Dr. Kuhn (ABG) durchgeführt wurden, geht hervor, dass die Reflexionscharakteristik der Tripel Spiegel, wie sie für die Tarnung verwendet werden, bei 9 cm Wellenlänge eine scharfe Keule ist, die symmetrisch zu den Seitenflächen liegt und in der Vertikalen einen Erhebungswinkel von 35° besitzt. Aus dieser Tatsache wird es verständlich, dass die Reflexion so gering ist, dass man meist ausserhalb des Maximums arbeitet. Einen eindeutigen Beweis für diese Angaben liefern einige ältere Aufnahmen, welche mit der Nachbauanlage "Rotterdam" gemacht wurden.

Abb. 35

Erkennbar ist nur der ungetarnte Streifen, der Empfänger ist noch soweit aufgedreht, dass im mittleren Teil alle Reflexionsimpulse übersteuert und damit nivelliert sind.

Bild 36

Bei Auswandern des Sees in den schwach ausgeleuchteten Teil heben sich allmählich die Umrisse des Müggelsees hell auf dem Untergrund ab, so dass die Form des Sees mit dem freien Streifen gut zu erkennen ist.

Bild 37

Bei stark zurückgedrehter Empfindlichkeit gelingt es, den See vollkommen hell auf dunklem Grund zu erhalten. Die Reflexion der Tarnkörper übersteigt nunmehr die der Umgebung beträchtlich. Es ist hier unter hundert von Aufnahmen nur einmal in einer kurzen Serie gelungen, in das Maximum der Reflexionscharakteristik der Tripel-
spiegel zu gelangen und derart starke Reflexionen zu erhalten. Diese einmaligen Aufnahmen stellen den Idealfall dar, wie er für die Errichtung von Landscheinanlagen erstrebt wird, nämlich ein Rückstrahlvermögen, welches grösser ist als das des umgebenden Geländes. Da man aber im Normalfall nicht im Maximum arbeitet, ist ersichtlich, wie schwierig Tarnmassnahmen mit Tripelspiegeln durchzuführen sind. Damit ist das teilweise Versagen solcher Massnahmen erklärt.

i.A. gez. Fey

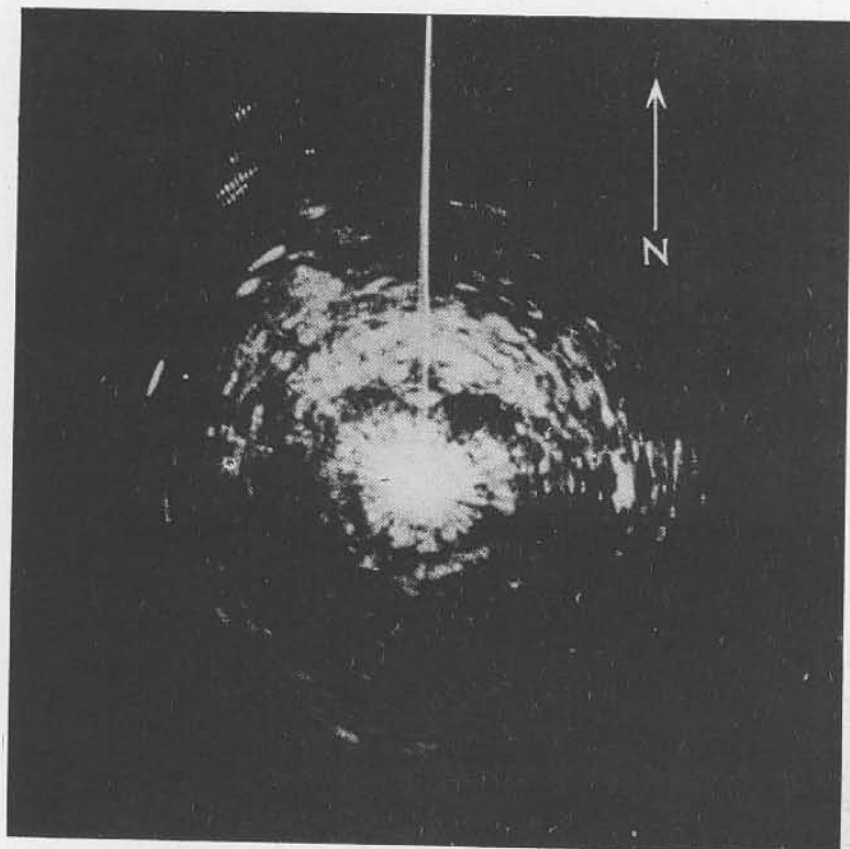


Abb.33
 Flughöhe 3000m
 Kurs 180°

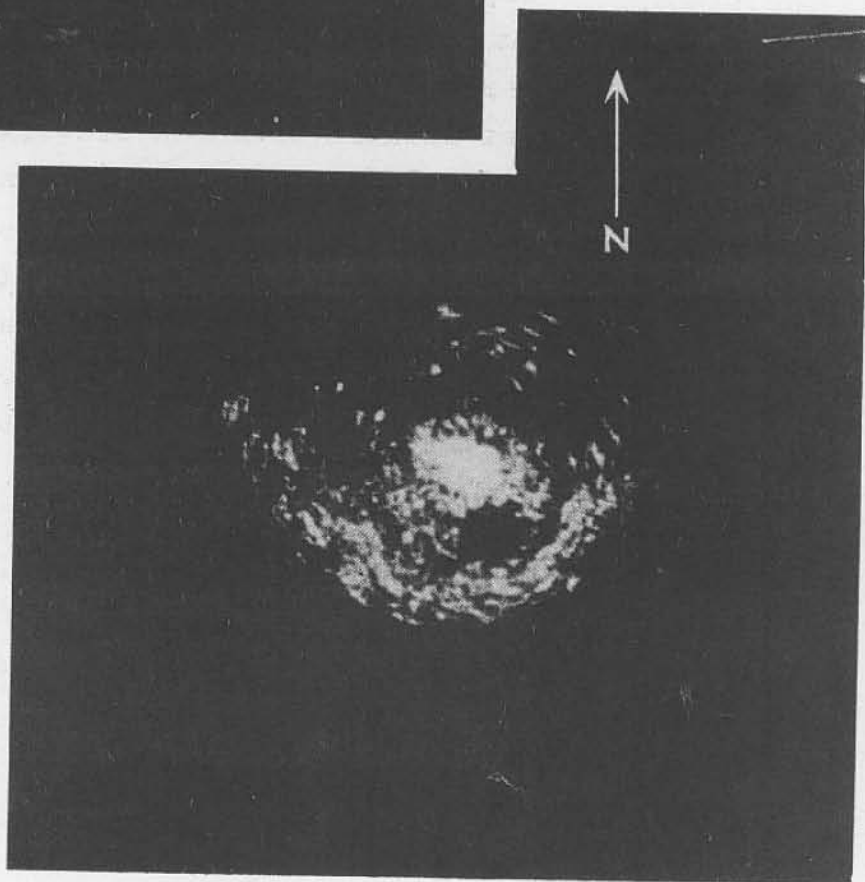


Abb.34
 Flughöhe 2000m
 Kurs 180°

MÜGGELSEE

bei verringerter Empfindlichkeit
 10-Meilen-Bereich

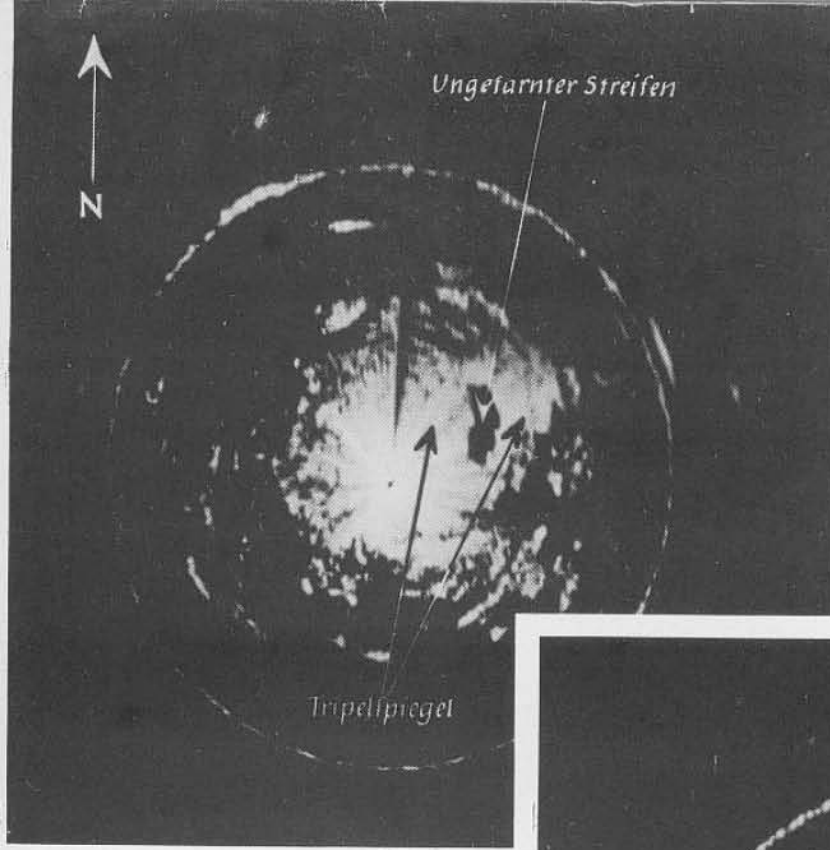


Abb. 35

Abb. 36
Reflexion der Tripel Spiegel
aufgen. mit „Rotterd.“-Nachbauanl.

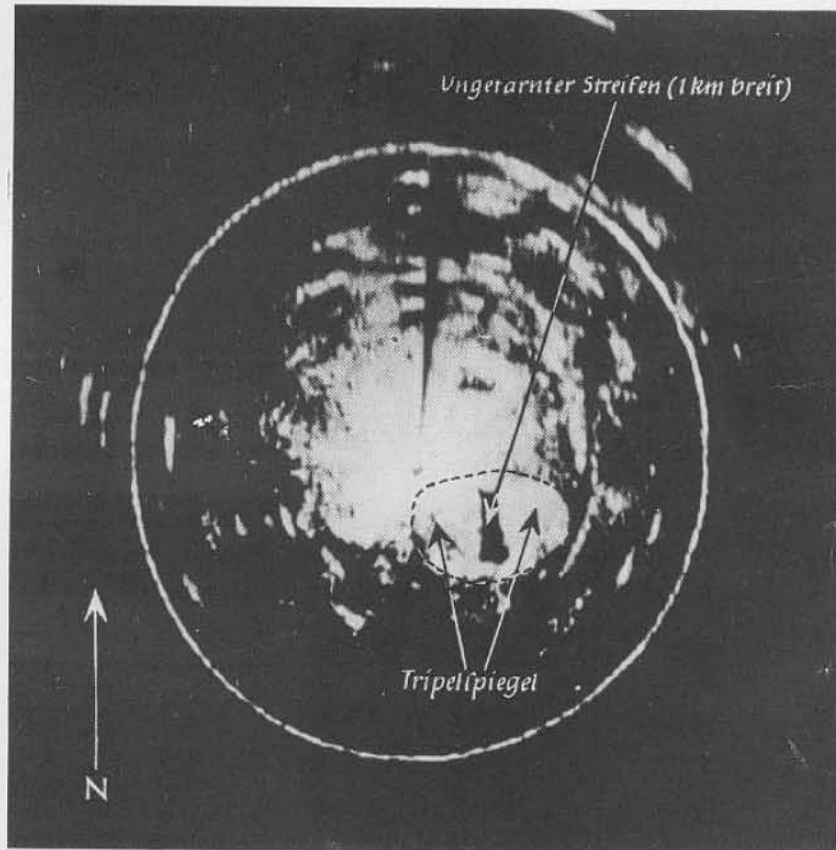
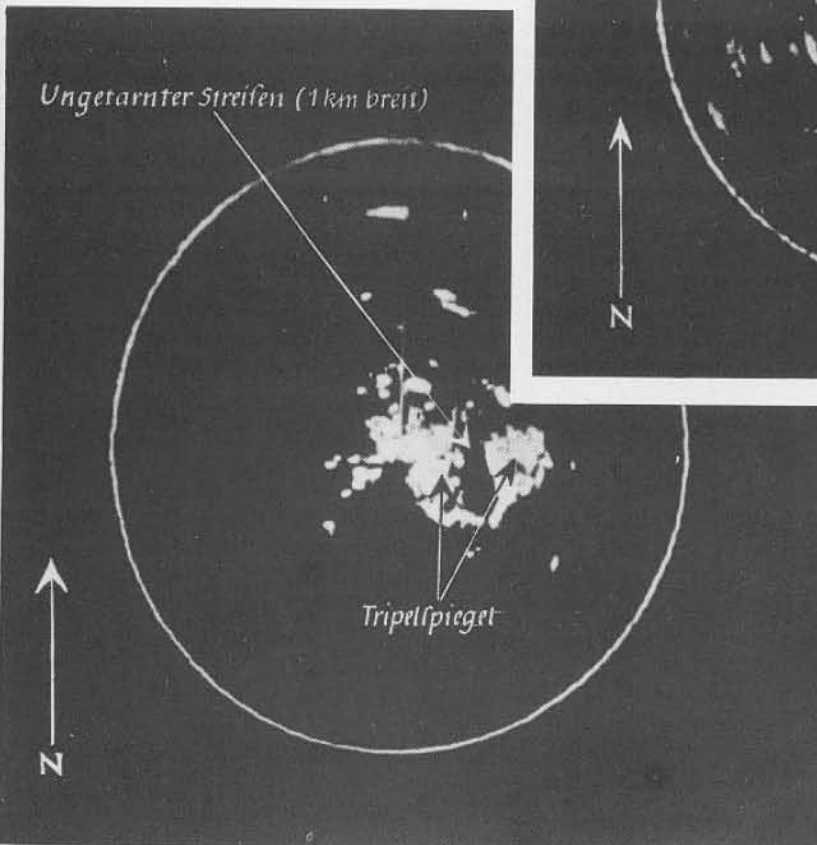


Abb. 37
Reflexion der Tripel Spiegel
aufgen. mit „Rotterdam“-
Nachbauanlage

TARNUNG DES MÜGGELSEES